Vorstudienlehrgang der Wiener Universitäten VWU

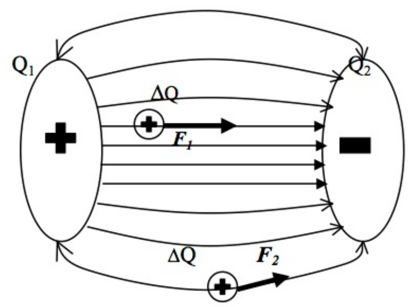
Skriptum

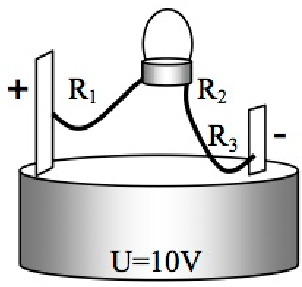
Physik-Kurs

Teil 4: Elektrostatik und stationäre Ströme

Katharina Durstberger-Rennhofer

Version Oktober 2020





Inhaltsverzeichnis

1 Elektrische Ladungen

1.1 Allgemeine Begriffe

Elektrostatik

- Es gibt zwei Arten von elektrischen Ladungen: positive $+Q$ und negative $-Q$
- Zwischen den Ladungen gibt es Kräfte, die von den Ladungen verursacht werden. Sie heißen elektrische Kräfte.
- Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige Ladungen ziehen sich an. (Bei der Schwerkraft (Gravitation) gibt es nur anziehende Kräfte.)
- Ladungen befinden sich immer auf einer Masse. Ladungen ohne Masse hat man noch nicht gefunden.
- Positive und negative Ladungen können voneinander getrennt werden.
  Ein Körper heißt neutral, wenn er gleichviel positive wie negative Ladungen hat. Ein Körper heißt positiv geladen, wenn er mehr positive als negative Ladungen hat. Ein Körper heißt negativ geladen, wenn er mehr negative als positive Ladungen hat.
- Methoden der Ladungstrennung: durch Lichtstrahlen, andere Strahlen, bei großer Hitze, durch die Wirkung von Magneten, "chemische" Kräfte
- Ladungstrennung durch Reibung:
  Wenn man einen Gummistab mit Wolle oder einem Fell reibt, wird er geladen. Diese Ladung wurde willkürlich als negativ festgelegt. Wenn man denselben Stab mit bestimmten Papiersorten reibt wird er positiv. Wenn man einen Glasstab mit Leder reib, wird er positiv, wenn man ihn mit Fell oder Wolle reibt, wird er negativ. Wenn man Quecksilber (ein flüssiges Metall) in einem Glasgefäß schüttelt, wird das Glas negativ und das Quecksilber positiv geladen.

Gesetz von der Erhaltung der elektrischen Ladung:
In jedem abgeschlossenen System ist die Summe der vorhandenen elektrischen Ladung konstant. Wenn geladene Teilchen erzeugt oder vernichtet werden, geschieht dies immer in gleichen Mengen mit entgegengesetztem Vorzeichen (also paarweise).

Geladene Teilchen und ihre Bezeichnungen

- Protonen:
  positiv geladenen Teilchen im Atomkern, $Q_p = +1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg
  Man nennt das auch eine positive Elementarladung.
- Neutronen:
  neutral geladene Teilchen im Atomkern, $Q_n = 0$ C, $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg
- Elektronen:
  negativ geladene Teilchen in der Atomhülle, $Q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg
  Man nennt das auch eine negative Elementarladung.
- Ionen:
  geladene Atome
- Kationen:
  Atome mit einem Überschuss an Protonen. Sie sind insgesamt positiv geladen.
- Anionen:
  Atome mit einem Überschuss an Elektronen. Sie sind insgesamt negativ geladen.

Elektrodynamik

- Ladungen können transportiert werden. Die Bewegung von Ladung heißt elektrischer Strom. (z.B. in Metallen bewegen sich die negativen Elektronen, in Flüssigkeiten können sich auch größere geladene Teilchen (Ionen, Anionen oder Kationen) bewegen.)
- Ein Körper heißt guter elektrische Leiter, wenn sich Ladungen auf oder in ihm gut bewegen können. Ein Körper heißt schlechter elektrischer Leiter, wenn sich Ladungen nur schlecht bewegen können. Ein Körper heißt Isolator, wenn sich Ladungen (fast) nicht bewegen können.

1.2 Das Gesetz von Coulomb

Die Kraft zwischen zwei elektrischen Ladungen Q_1 und Q_2, die sich im Abstand r voneinander befinden wird durch die Coulomb-Gesetz beschrieben.

Coulomb-Kraft
Die Größe der Kraft zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 im Vakuum ist proportional zu jeder Ladung und umgekehrt proportional zum Quadrat ihres Abstands r.

$$F_C = \text{const} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \tag{1.1}$$

Einheit:
$[Q] = \mathrm{C}$ Coulomb

Andere Einheit:
$[Q] = \mathrm{C} = A \cdot s$ Ampere Sekunden (Ampere als Einheit der Stromstärke, siehe später)

Die Konstante hat den Wert

$$\text{const} = 8,988 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2} \approx 10^{10} \ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2} \tag{1.2}$$

Man kann das auch durch eine andere Konstante ε_0, die als Dielektrizitätskonstante oder elektrische Feldkonstante bezeichnet wird, ausdrücken

$$\text{const} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \text{mit} \qquad \varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2} \tag{1.3}$$

Coulomb-Kraft, Gesetz von Coulomb
Die Größe der Kraft zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 im Abstand r ist gegeben durch

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \tag{1.4}$$

Richtung der Kräfte: bei gleichnamigen Ladungen sind die Kräfte abstoßend, bei ungleichnamigen Ladungen sind die Kräfte anziehend.

Beispiel (1.1)
Berechnen Sie die Kraft, die zwei Punktladungen $Q_1 = Q_2 = 1$ C aufeinander ausüben, wenn sie sich im Abstand $r = 1$ m voneinander befinden.

Lösung
Wir setzen in das Coulomb-Gesetz ein:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1 \cdot 1}{1^2} \approx 10^{10} \ \mathrm{N}$$

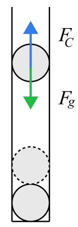
Die Kraft ist sehr groß. Wir schließen daraus, dass die Ladung von $Q = 1$ C sehr groß ist. Die Ladungen, mit denen man im Alltag zu tun hat sind typischerweise in der Größenordnung von 1 μC oder noch kleiner.

Beispiel (1.2)

In einem vertikalen Glasrohr liegen zwei gleiche Metallkugeln ($m = 0,4$ kg) übereinander. Sie werden mit einem geladenen Stab berührt, so daß sich die Ladung auf die beiden Kugeln gleich verteilt und jede Kugel dieselbe Ladung Q bekommt. Durch die Abstoßungskraft steigt die obere Kugel um 0,15 m auf und bleibt dort im Gleichgewicht.
a) Welche Kräfte wirken auf die Kugel im Gleichgewicht?
b) Berechnen Sie die Größe der Ladung Q auf beiden Kugeln!

Lösung

a) Die obere Kugel schwebt im Gleichgewicht, weil die Gewichtskraft F_g, die nach unten wirkt, durch die Coulomb-Kraft F_C, die nach oben wirkt (also von der anderen Kugel weg), ausgeglichen wird.



b) Wir setzen die beiden Kräfte vom Betrag her gleich:

$$F_g = F_C$$

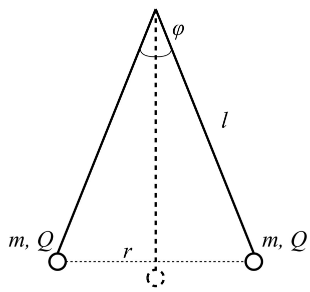
$$m \cdot g = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2}$$

Damit kann man die Ladung berechnen:

$$Q = \sqrt{m \cdot g \cdot 4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} = \sqrt{0,4 \cdot 10 \cdot 10^{-10} \cdot 0,15^2} = 3 \cdot 10^{-6} = 3\ \mu\text{C}$$

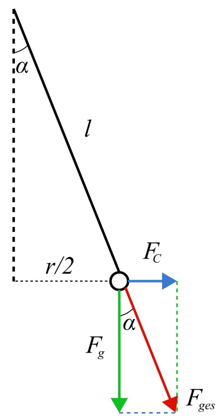
Beispiel (1.3)

Zwei gleiche Metallkugel ($m = 0,2$ kg) werden nebeneinander wie ein Pendel an je einem 1,5 m langen (masselosen) Faden so aufgehängt, sodass sie sich berühren. Wenn man sie mit einem geladenen Stab berührt, bekommen sie beide dieselbe Ladung und stoßen sich so weit ab, dass ihre Fäden einen Winkel von $\varphi = 20°$ bilden.
Berechnen Sie die Größe der Ladung Q!



Lösung

Wir betrachten zum Beispiel nur die rechte Masse. Auf die Masse wirkt die Gewichtskraft nach unten und die Coulomb-Kraft nach außen (in diesem Fall nach rechts). Wir können also nicht einfach die Kräfte gleich setzen, weil sie ja im rechten Winkel aufeinander stehen. Die beiden Kräfte addieren sich aber vektoriell zur Gesamtkraft F_{ges}, die in der Verlängerung des Fadens wirkt. Daher können wir folgenden Ansatz wählen:



$$\tan\alpha = \frac{F_C}{F_g} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q}{r^2}}{m \cdot g}$$

Daraus ergibt sich die Ladung zu

$$Q = \sqrt{\tan\alpha \cdot m \cdot g \cdot 4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}$$

Jetzt fehlt uns nur noch der Abstand r, den wir aber leicht ermitteln können durch

$$\sin\alpha = \frac{r/2}{l} \quad \longrightarrow \quad r = 2 \cdot l \cdot \sin\alpha$$

wobei $\alpha = \frac{\varphi}{2} = 10°$ Wir setzen ein

$$Q = \sqrt{\tan\alpha \cdot m \cdot g \cdot 4\pi\varepsilon_0 \cdot 4 \cdot l^2 \cdot \sin^2\alpha} = \sqrt{\tan 10° \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot 10^{-10} \cdot 4 \cdot 1,5^2 \cdot \sin^2 10°} = 3,1 \cdot 10^{-6} = 3,1\ \mu\text{C}$$

1.3 Aufgaben

(1.1) Zwei unbekannte Ladungen im Abstand r stoßen sich mit der Kraft F_C ab. Um welchen Faktor ändert sich F_C, wenn man:
a) eine der beiden Ladungen verdreifacht?
b) beide Ladungen verdreifacht?
c) nur den Abstand halbiert?

(1.2) Zwei unbekannte Ladungen im Abstand r stoßen sich mit der Kraft F_C ab. Um welchen Faktor ändert sich F_C, wenn man:
a) eine der beiden Ladungen halbiert?
b) eine der Ladungen halbiert und den Abstand verdreifacht?
c) beide Ladungen halbiert und den Abstand verdoppelt?

(1.3) In einem vertikalen Glasrohr liegen zwei gleiche Metallkugeln ($m = 0,1$ kg) übereinander. Sie werden mit einem geladenen Stab berührt, so daß sich die Ladung auf die beiden Kugeln gleich verteilt und jede Kugel dieselbe Ladung Q bekommt. Durch die Abstoßungskraft steigt die obere Kugel um 0,2 m auf und bleibt dort im Gleichgewicht.
Berechnen Sie die Größe der Ladung Q!

(1.4) Zwei gleiche Metallkugel ($m = 0,4$ kg) werden nebeneinander wie ein Pendel an je einem 2 m langen (masselosen) Faden so aufgehängt, daß sie sich berühren. Wenn man sie mit einem geladenen Stab berührt, bekommen sie beide dieselbe Ladung und stoßen sich so weit ab, dass ihre Fäden einen Winkel von $\varphi = 30°$ bilden.
Berechnen Sie die Größe der Ladung Q!

(1.5) Eine negativ geladene Kugel ($m = 2$ g) rotiert auf einem Kreis ($r = 2$ m) um eine gleich große positive Ladung die im Mittelpunkt fixiert ist mit der Umlaufzeit $T = 2$ s.
Berechnen Sie die Größe der Ladung Q!

2 Das elektrische Feld

2.1 Der Feldbegriff

Elektrische Kräfte wirken auf Ladungen. Man kann die (Fern-) Wirkung von elektrischen Kräften auch durch ein elektrisches Feld beschreiben. Das Feld erfüllt dabei den gesamten Raum. Man sagt: In diesem Raum “herrscht” ein elektrisches Feld. Man kann ein Feld durch sogenannte Feldlinien darstellen.

Definition des elektrischen Feldes

Eletrkisches Feld
Das elektrische Feld E ist gegeben als die Kraft auf eine positive Testladung ΔQ

$$E = \frac{F_C}{\Delta Q} \tag{2.1}$$

Einheit:
$[E] = [\frac{F_C}{\Delta Q}] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$ Newton pro Coulomb

Das elektrische Feld $\vec{E}$ ist ein Vektor, genau wie die Coulomb-Kraft $\vec{F_C}$. Die Testladung ΔQ ist ein Skalar.
Das elektrische Feld hat in jedem Punkt des Raumes genau die Richtung der Coulomb-Kraft $\vec{F_C} = \Delta Q \cdot \vec{E}$, die sich ergibt, wenn man eine positive Testladung ΔQ verwendet. Im Feldlinienbild ist die Richtung vom elektrischen Feld $\vec{E}$ immer tangential zu den Feldlinien gerichtet.
Durch diese Definition des elektrischen Feldes kann man mit einer (kleinen) positiven Testladung das gesamte elektrische Feld im Raum bestimmen, indem man an jedem Ort die Kraft auf die Testladung bestimmt und diese dann durch die Größe der Testladung dividiert.

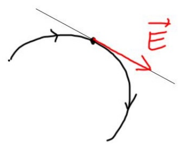
Elektrische Feldlinien

Man stellt das elektrische Feld durch Linien dar. Diese zeigen uns, in welche Richtung eine positive Ladung an einem bestimmten Punkt gezogen wird.
Starke Felder stellt man durch eine große Feldliniendichte dar (die Linien liegen dicht beisammen), schwache Felder durch eine geringe Feldliniendichte (die Linien liegen weit auseinander).

Je größer die Ladung Q ist, desto mehr Feldlinien sind im Feldlinienbild enthalten. Je höher die Feldstärke E, desto enger liegen die Feldlinien beieinander. Die Feldlinien zeigen bei positiven Ladungen von der Ladung weg, bei negativen Ladungen zur Ladung hin. Die elektrischen Feldlinien gehen also immer von Plus nach Minus.

Eigenschaften von elektrischen Feldlinien

- Elektrische Feldlinien können nur auf Ladungen beginnen oder enden. Elektrische Feldlinien können niemals im leeren Raum beginnen oder enden.
  Elektrische Feldlinien verlaufen immer von den positiven Ladungen zu den negativen Ladungen.
- Feldlinien kreuzen oder schneiden sich nicht.
- Das elektrische Feld $\vec{E}$ ist ein Vektor. An einem bestimmten Punkt im Raum ergibt sich die Länge des Vektors durch die Formel $E = \frac{F}{Q}$. Die Richtung des elektrischen Feldvektors an einem Punkt ist immer tangential an die Feldlinie in diesem Punkt.



- Die Dichte der Feldlinien ist ein Maß für die Stärke des elektrischen Feldes.

Arten des elektrischen Feldes

- Elektrostatisches Feld:
  Wenn sich ein Feld zeitlich nicht verändert, so nennt man es elektrostatisches Feld. Ein solches Feld erhält man wenn die Ladungen, die das Feld erzeugen, ruhen und sich auch sonst nicht verändern.

- Homogenes Feld:
  Bei einem homogenen Feld hat das Feld, in jedem Punkt des Raumes gleichen Betrag und gleiche Richtung. Die Feldlinien sind immer parallel zueinander und haben den selben Abstand voneinander. Felder mit verschiedener Stärke und Richtung heißen inhomogene Felder.

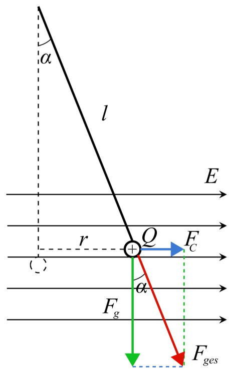
- Radialsymmetrisches Feld:
  Die Feldlinien gehen von einem Punkt strahlenförmig (radial) nach außen. Der Winkel zwischen den Feldlinien ist immer gleich groß. Das Feld ist nicht homogen. Es ist im Inneren stärker als weiter außen.

Beispiel (2.1)

Die Masse $m = 0,8$ g trägt die Ladung $Q = 12$ μC und hängt unter der Wirkung der Schwerkraft an einem 2 m langen vertikalen, masselosen Faden. Wenn man dieses System in ein homogenes horizontales Feld einbringt, lenkt der Faden aus, so daß er mit der Vertikalen einen Winkel von $\alpha = 15°$ bildet.
a) In welche Richtung wird die Ladung Q im elektrischen Feld gezogen (in die Richtung des Feldes oder gegen die Richtung des Feldes)?
b) Berechnen Sie die Größe des elektrischen Feldes!

Lösung

a) Die Ladung ist positiv und daher wird sie in die Richtung des elektrischen Feldes gezogen.
b) Auf die Ladung wirken zwei Kräfte: die Schwerkraft F_g und die Coulomb-Kraft F_C. Die Kräfte addieren sich vektoriell zur Gesamtkraft F_{ges}, die in Richtung der Verlängerung des Fadens wirkt. Wir können daher ansetzen:



$$\tan\alpha = \frac{F_C}{F_g} = \frac{E \cdot Q}{m \cdot g}$$

Damit kann man das elektrische Feld berechnen

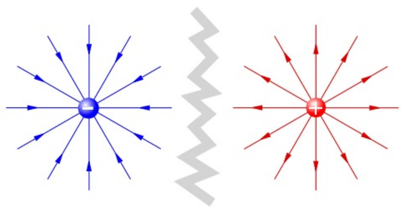
$$E = \frac{m \cdot g \cdot \tan\alpha}{Q} = \frac{0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot \tan 15°}{12 \cdot 10^{-6}} = 178,6 \text{ N/C}$$

Beachten Sie die Ähnlichkeit dieses Beispiels mit *Beispiel (1.3)*. Allerdings ist hier die Berechnung aufgrund des Feldkonzepts viel einfacher.

2.2 Das elektrische Feld von Punktladungen

2.2.1 Das Feld einer Punktladung

Wir möchten wissen, wie das Feld aussieht, das von einer positiven Punktladung Q erzeugt wird. Das Feld ist gleich der Kraft auf die Testladung ΔQ. Wir denken uns daher in einem Punkt P im Abstand r von Q die Testladung ΔQ. Die Kraft auf diese Testladung ist nach dem Gesetz von Coulomb gleich



$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot \Delta Q}{r^2}$$

Diese Kraft ist radial nach außen gerichtet. Das elektrische Feld ergibt sich dann als

$$E = \frac{F_C}{\Delta Q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Es ist ein radialsymmetrisches Feld, dessen Feldlinien von der Ladung Q weg gehen.

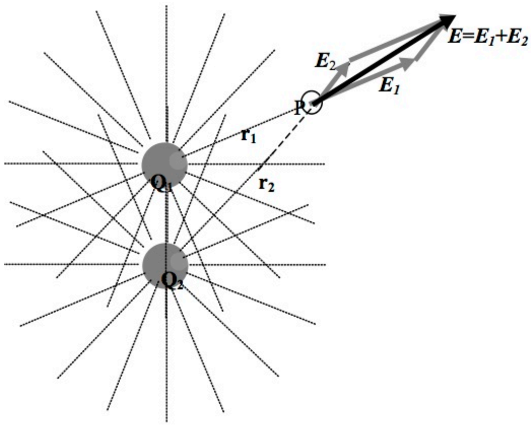
Eine Punktladung Q erzeugt ein radialsymmetrisches Feld. Bei einer positiven Ladung ist das Feld nach außen gerichtet. Wir sprechen von einer "Quelle" des elektrischen Feldes. Bei einer negaitven Ladung ist das Feld nach innen gerichtet. Wir sprechen von einer "Senke" des elektrischen Feldes.
Die Feldstärke E im Abstand r von der Punktladung Q ist gegeben durch

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \tag{2.2}$$

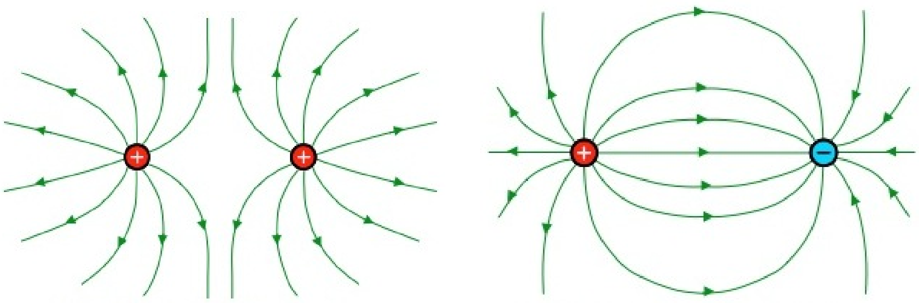
2.2.2 Das Feld mehrerer Punktladungen

Wenn ein elektrisches Feld $\vec{E}$ von mehreren Ladungen Q_1, Q_2, Q_3 ...erzeugt wird, so ist $\vec{E}$ in jedem Punkt gleich der Vektorsumme der Einzelfelder

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots \tag{2.3}$$



Für Beträge gilt das im Allgemeinen nicht $E \neq E_1 + E_2 + E_3 + \ldots$. Das rechte Bild zeigt die allgemeine Vorgehensweise bei zwei Ladungen. Es sind zwei positive Ladungen Q_1und Q_2 mit ihren beiden Radialfeldern dargestellt. Im Punkt P sieht man, wie sich diese beiden Felder zu einem neuen Feld überlagern. Q_1 erzeugt in P das Feld $\vec{E}_1$, das parallel zu $\vec{r}_1$ ist. Zugleich erzeugt Q_2 in P das Feld $\vec{E}_2$, das parallel zu $\vec{r}_2$ ist. Das gemeinsame Feld ergibt sich aus der Vektorsumme der beiden Einzelfelder $\vec{E}_{\text{ges}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ Genauso wie im Punkt P kann man nun in jedem Punkt des Raumes den neuen Vektor $\vec{E}_{\text{ges}}$ bestimmen.
Dieses Verfahren ist zwar korrekt aber sehr mühsam.
Wir schauen uns daher nur heuristisch an, was bei zwei Ladungen passiert. Die beiden folgenden Abbildungen zeigen das elektrische Feld für zwei gleich große positive Ladungen und für eine positive und eine negative Ladung, die gleich groß sind. Man sieht die abstoßende Wirkung bei gleichnamigen Ladungen und das "Verschmelzen" der Feldlinien für ungleichnamige Ladungen.



2.3 Der elektrische Fluss

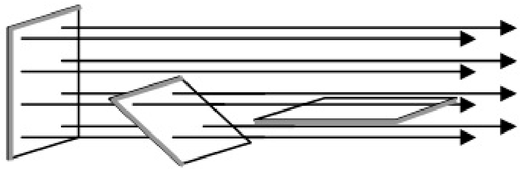
2.3.1 Definition des elektrischen Flusses

Viele Feldlinien auf engem Raum bedeuten ein starkes Feld, wenige Linien ein schwaches Feld. Die Frage ist nun, wie viele Linien auf welchem Raum für ein gegebenes Feld gezeichnet werden müssen. Zuerst eine Definition:

Die Anzahl der Feldlinien, die man durch eine Fläche A zeichnet, heißt elektrischer Fluss Φ durch diese Fläche.

Beispiel (2.2)

Bestimmen Sie den Fluss durch die dargestellten Flächen! Die Flächen sind alle gleich groß.



Lösung

Der Fluss durch die linke Fläche ist $\Phi_1 = 8$, der Fluss durch die mittlere Fläche ist $\Phi_2 = 4$, der Fluss durch die rechte Fläche ist $\Phi_3 = 0$.

Wenn die Flächen im Beispiel doppelt (dreimal, viermal,...) so groß wären, so wäre auch der Fluß doppelt (dreimal, viermal, ...) so groß. Wir sehen, dass es auf die Größe der Fläche und auf die Orientierung der Fläche bezüglich der Feldlinien ankommt. Außerdem hängt es von der Stärke des elektrischen Feldes selber ab, denn stärkere Felder haben dichtere Feldlinien. Wir führen daher den Fluss auf folgende Art ein:

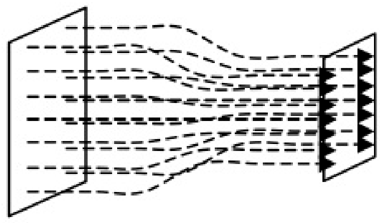
Elektrischer Fluss:
Wenn das elektrische Feld E auf einer Fläche A normal steht und dort überall den gleichen Wert hat, so ist der Fluss Φ, der durch diese Fläche geht, gleich

$$\Phi = E \cdot A \tag{2.4}$$

Einheit:
$[\Phi] = [E \cdot A] = \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}}$ (wir verwenden meist die “Einheit”: “Anzahl der Linien”)

Beispiel (2.3)

Ein elektrisches Feld E ist in zwei Bereichen jeweils homogen, dazwischen verändert es sich wie in der Abbildung dargestellt. Im ersten Bereich laufen alle Feldlinien durch eine Fläche $A_1 = 7\ \mathrm{m}^2$, im zweiten Bereich laufen alle Feldlinien durch die Fläche $A_2 = 5\ \mathrm{m}^2$. Berechnen Sie die Größe des elektrischen Feldes auf beiden Flächen!



Lösung

Wir ermitteln den gesamten Fluss indem wir die Anzahl der Feldlinien abzählen. Der Fluss ist in beiden Flächen gleich groß und beträgt $\Phi = 14$ Linien. Nachdem die Feldlinien auf beide Flächen normal stehen und es jeweils homogene Felder sind (Feldstärke gleich groß auf der Fläche), können wir die Formel zur Berechnung des Flusses verwenden und umformen, um damit die Feldstärke zu berechnen:

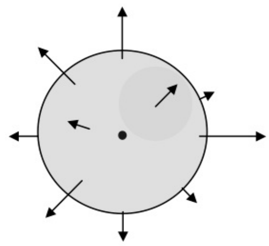
$$\Phi = E \cdot A \quad \longrightarrow \quad E = \frac{\Phi}{A}$$

Damit können wir die elektrischen Felder berechnen.

$$E_1 = \frac{\Phi}{A_1} = \frac{14}{7} = 2\ \mathrm{N/C}$$
$$E_2 = \frac{\Phi}{A_2} = \frac{14}{5} = 2{,}8\ \mathrm{N/C}$$

2.3.2 Der elektrische Fluss einer Punktladung

Wir können mit der Formel $\Phi = E \cdot A$ auch den gesamten Fluss einer Punktladung berechnen. Wir müssen nur eine geeignete Fläche finden, die auf die Feldlinien normal steht und auf der das Feld überall den gleichen Wert hat.
Das el. Feld der (z.B. positiven) Punktladung Q ist radialsymmetrisch $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$ und hängt vom Abstand r zur Punktladung ab. Die Feldlinien verlaufen radial nach außen.
Wenn wir jetzt eine Kugeloberfläche $A = 4\pi r^2$ mit dem Radius r rund um diese Punktladung wählen, so sind beide Bedingungen erfüllt und wir können den Fluss berechnen:



$$\Phi = E \cdot A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \tag{2.5}$$

Der Fluss ist also unabhängig vom Radius der gewählten Kugeloberfläche und ist eine Konstante $\Phi = \text{const}$, die nur von der Größe der Ladung abhängt.

Der elektrische Fluss einer Punktladung Q durch eine Kugeloberfläche ist konstant und beträgt unabhängig vom Radius

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \tag{2.6}$$

Wenn man das Vorzeichen der Ladung in der Gleichung mit berücksichtigt, so bekommt der Fluss eine Richtung. Bei einer positiven Ladung gehen die Feldlinien von innen nach außen durch die Fläche A, bei einer negativen Ladung gehen die Feldlinien von außen nach innen (also umgekehrt) durch die Fläche.

Beispiel (2.4)

Im Zentrum einer Kugel mit Radius $r = 10$ m befindet sich eine Punktladung $Q = -5\ \mu$C.
a) Wieviele Feldlinien gehen durch die Kugeloberfläche?
b) Wie stark ist auf der Kugeloberfläche das elektrische Feld?

Lösung

a) Wir berechnen den Fluss der negativen Punktladung durch die Kugeloberfläche

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{-5.10^{-6}}{8,854.10^{-12}} = -564\,716,5$$

durch die Fläche gehen also ca 565 000 Linien und zwar von außen nach innen (Vorzeichen)
b) Für die Größe des elektrischen Feldes ist der Radius r wichtig. Wir verwenden entweder den Fluss und die Fläche $A = 4\pi r^2$

$$E = \frac{\Phi}{A} = \frac{-564\,716,5}{4\pi 10^2} = -449,4 \text{ N/C}$$

oder wir setzen in die Formel für die Punktladung ein

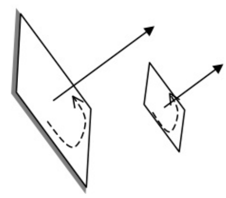
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = 10^{10} \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{10^2} \approx -5 \cdot 10^2 = -500 \text{ N/C}$$

Das erste Ergebnis ist exakt, beim zweiten Ergebnis haben wir die Abschätzung $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 10^{10}$ verwendet, was zu einer gewissen Ungenauigkeit führt.

2.3.3 Der Flächenvektor

Man kann jeder Fläche A einen Vektor $\vec{A}$ zuordnen. Es gilt:

1. Der Fläche wird ein Umlaufsinn zugeordnet.
   positiver Umlaufsinn: gegen den Uhrzeigersinn
   negativer Umlaufsinn: im Uhrzeigersinn

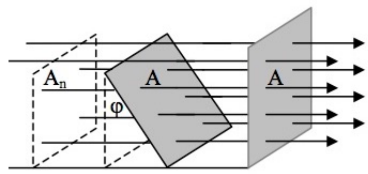


2. Der Flächenvektor $\vec{A}$ steht normal auf die Fläche A.

3. Der Betrag A des Flächenvektors $\vec{A}$ ist gleich der Größe der Fläche A.
4. Die Richtung des Flächenvektors $\vec{A}$ und der Umlaufsinn sind durch die Rechte-Hand-Schraubenregel verbunden.
   Daumen: Richtung von $\vec{A}$, gekrümmte Finger: Umlaufsinn

2.3.4 Der elektrische Fluss bei beliebigem Winkel zwischen elektrischem Feld und Fläche

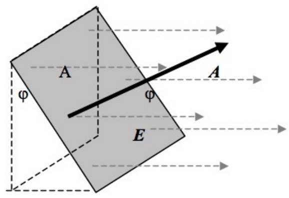
Wenn die Fläche A nicht mehr normal zu den Feldlinien des el. Feldes E steht, sondern um den Winkel φ gedreht ist, gehen weniger Linien durch A.
Die Formel von vorher wird daher etwas abgeändert. Wir arbeiten mit der (Normal-) Projektion A_n der Fläche, was wir auch als Normalfläche A_n bezeichnen. Die Projektion kann immer als eine Art Schatten der Fläche verstanden werden, wenn sie aus der Richtung der Feldlinien "beleuchtet" wird.
Die Definition des Flusses wird dann folgendermaßen erweitert.

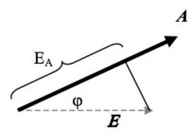


Der elektrische Fluss Φ, der durch eine Fläche A geht, die gegen die Feldlinien geneigt ist, ist gegeben durch

$$\Phi = E \cdot A_n = E \cdot A \cdot \cos\varphi \tag{2.7}$$

Den Winkel φ bekommt man, wenn man die (schiefe) Fläche A so lange dreht, bis sie wieder normal zu den Feldlinien steht.
Man kann den Winkel auch auf eine andere Art bekommen. Wenn man das el. Feld als Vektor $\vec{E}$ betrachtet und der Fläche A den Flächenvektor $\vec{A}$ zuordnet, so ist der Winkel φ genau zwischen den beiden Vektoren zu finden.
Der Fluss kann dann auch als Skalarprodukt geschrieben werden.





$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = |\vec{E}| \cdot |\vec{A}| \cdot \cos\varphi = E \cdot A \cdot \cos\varphi \tag{2.8}$$

2.3.5 Die Summe von elektrischen Flüssen

Durch eine Fläche A fließen zwei elektrische Felder $\vec{E}_1$ und $\vec{E}_2$.
Der Fluss von $\vec{E}_1$ durch die Fläche A ist

$$\Phi_1 = \vec{E}_1 \cdot \vec{A} = E_1 \cdot A \cdot \cos\varphi_1$$

Der Fluss von $\vec{E}_2$ durch die Fläche A ist

$$\Phi_2 = \vec{E}_2 \cdot \vec{A} = E_2 \cdot A \cdot \cos\varphi_2$$

Die beiden Felder addieren sich vektoriell zu $\vec{E}_{\text{ges}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Sie erzeugen einen gesamten Fluss von

$$\Phi_{\text{ges}} = \vec{E}_{\text{ges}} \cdot \vec{A} = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot \vec{A} = \vec{E}_1 \cdot \vec{A} + \vec{E}_2 \cdot \vec{A} = \Phi_1 + \Phi_2$$

Wir sehen also, dass sich die Flüsse einfach addieren lassen.

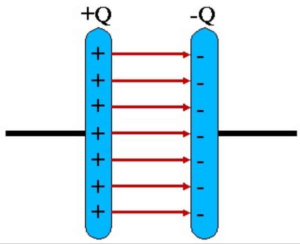
Mehrere Felder addieren sich zur Vektorsumme

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots \tag{2.9}$$

Die Flüsse addieren sich als normale Summe

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \cdots \tag{2.10}$$

2.4 Der Plattenkondensator



Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, das elektrische Ladungen speichern kann. Er besteht aus zwei Platten oder Folien, die sehr eng beieinander liegen, die sich aber nicht berühren. Zwischen den Platten entsteht ein fast homogenes, sehr starkes elektrisches Feld. Außerhalb ist das Feld äußerst schwach und kann daher vernachlässigt werden.
Der Kondensator in der Abbildung besteht aus zwei parallelen Platten, jeweils mit der Fläche A, in sehr kleinem Abstand $d \ll A$ voneinander. Die Platten sind mit den Ladungen $+Q$ und $-Q$ geladen.

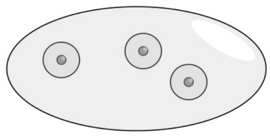
Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, in dessem Innerem ein starkes homogenes elektrisches Feld entsteht. Das elektrische Feld

$$E_{\text{kond}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \tag{2.11}$$

hängt ab von der Ladung Q auf den Platten und von der Plattenfläche A. Es soll dabei gelten, dass der Abstand d zwischen den Platten sehr viel kleiner ist als die Größe der Platten ($d \ll A$).

2.5 Der Satz von Gauß

2.5.1 Definition des Satzes von Gauß



Wir können bisher nur Flüsse durch Flächen berechnen, die bestimmte Eigenschaften haben (normal auf die Feldlinien, ebene Flächen, geneigte Flächen). Mit dem Satz von Gauß kann man den Fluss für sehr allgemeine Flächen berechnen, allerdings müssen sie auch gewisse Eigenschaften aufweisen.
Der Gauß'sche Satz behandelt den Fluß durch eine geschlossene Fläche. Die Fläche umschließt dabei ein Volumen vollständig. In dieser beliebig geformten aber geschlossenen Fläche (in der Abbildung ist es ein Ellipsoid) befinden sich mehrere Ladungen, z.B. Q_1, Q_2, Q_3.
Wir möchten den gesamten elektrischen Fluss durch diese Fläche berechnen. Dazu denkt man sich um jede einzelne Ladungen eine Kugel. Der Fluss durch die erste Kugel ist $\Phi_1 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$, durch die zweite Kugel ist er $\Phi_2 = \frac{Q_2}{\varepsilon_0}$ und durch die dritte Kugel $\Phi_3 = \frac{Q_3}{\varepsilon_0}$. Jeder dieser Flüsse geht auch durch die große Fläche. Die Flüsse durch eine Fläche addieren sich und es ergibt sich für den gesamten Fluss $\Phi_{\text{ges}} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} + \frac{Q_2}{\varepsilon_0} + \frac{Q_3}{\varepsilon_0} = \frac{Q_1+Q_2+Q_3}{\varepsilon_0} = \frac{Q_{\text{ges}}}{\varepsilon_0}$. Wir fassen zusammen:

Satz von Gauß
Der elektrische Fluss durch eine beliebig geformte, geschlossene Fläche, in deren Innerem sich die Ladung $Q_{\text{ges}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$ befindet ist gegeben durch

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{Q_{\text{ges}}}{\varepsilon_0} \tag{2.12}$$

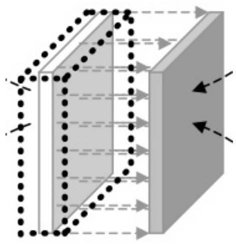
Ist der Fluss positiv so zeigen die Linien nach außen, ist er negativ, so zeigen sie nach innen. Für den Satz von Gauß ist es nicht von Bedeutung, wo genau sich die Ladung im Inneren befindet oder wie sie verteilt ist. Eine außerhalb befindliche Ladung kann zwar die Lage der Feldlinien beeinflussen, aber nicht die Nettozahl der Linien, die in die Fläche eintreten und aus dieser wieder austreten.

Beispiel (2.5)
In der Mitte eines Würfels befindet sich die Ladung $Q = -1,78$ nC.
Wieviel Feldlinien gehen durch den Würfel?

Lösung
Der elektrische Fluss gibt die Anzahl der Feldlinien an. Er kann in diesem Fall mit dem Satz von Gauß

berechnet werden.
$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{-1{,}78\cdot 10^{-9}}{8{,}854\cdot 10^{-12}} = -201{,}04 \approx -200$ Linien
Das Minuszeichen bedeutet, daß die Linien ins Innere der Fläche gerichtet sind. Die Liniendichte ist nicht überall gleich, da nicht jeder Punkt des Würfels von der Mitte gleich weit entfernt ist (vergleiche im Gegensatz dazu die Kugel).

2.5.2 Feldbestimmung beim Plattenkondensator mit dem Gauß'schen Satz



Für die Bestimmung des elektrischen Feldes benutzen wir nun den Gauß'schen Satz. Wir denken uns die linke (positive) Platte von einer geschlossenen Fläche (punktierter Quader in der Abbildung) umgeben und berechnen den Fluss durch diese Fläche.
Es gilt aufgrund des Satzes von Gauß: $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
Es gilt aber auch: $\Phi = E \cdot A$, da fast das gesamte Feld durch die rechte Seitenfläche A des Quaders fließt
Gleichsetzen ergibt für das elektrische Feld des Kondensators $E_{\text{kond}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A}$.
Diese Formel gilt streng genommen nur, wenn d sehr klein im Vergleich zu A ist.

Bei kleinem Plattenabstand d ist das elektrische Feld E_{kond} eines Kondensators proportional zur Ladung $\pm Q$ auf den Platten, umgekehrt proportional zur Plattenfläche A und unabhängig vom Plattenabstand d

$$E_{\text{kond}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \tag{2.13}$$

2.6 Aufgaben

(2.1) Durch die Fläche $A = 2$ m^2 gehen 40 elektrische Feldlinien eines homogenen Feldes. Die Linien bilden mit der Fläche einen Winkel $\alpha = 60°$.
a) Berechnen Sie die Größe des elektrischen Feldes auf der Fläche!
b) Wie groß ist die Kraft auf die Ladung $\Delta Q = -50$ mC in diesem Feld?

(2.2) Welchen Fluß erzeugt die Punktladung $\Delta Q = 4$ mC?

(2.3) Die Masse $m = 0{,}5$ g trägt die Ladung $\Delta Q = 4$ mC und hängt unter der Wirkung der Schwerkraft an einem 2 m langen vertikalen, masselosen Faden. Wenn man dieses System in ein homogenes horizontales Feld einbringt, lenkt der Faden aus, so daß er mit der Vertikalen einen Winkel von $\alpha = 30°$ bildet.
Wie groß ist das elektrische Feld?

(2.4) Die Platten eines Kondensators haben die Fläche $A = 2$ m^2 und den Abstand $d = 0{,}1$ m. Wir hängen die Masse $m = 0{,}5$ g an einem 2 m langen Faden in das Feld des Kondensators. Sofort wird die Ladung gegen die Feldrichtung gezogen, bis der Faden mit der Vertikalen einen Winkel von 2,5° bildet.
Wie groß ist die Ladung, die auf der Masse sitzt?

(2.5) Zwischen zwei horizontal angeordneten, entgegengesetzt geladenen Metallplatten befindet sich eine Kugel mit der Ladung $Q = -7$ nC und der Masse $m = 4$ g. Die beiden Platten erzeugen ein elektrisches Feld.
a) Wo (oben oder unten) befindet sich die positiv geladene Platte, damit die Kugel zwischen den Platten schweben kann?
b) Wie groß muß das elektrische Feld zwischen den Platten sein, damit die Kugel schwebt?

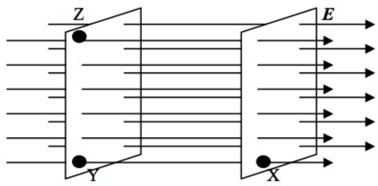
(2.6) Zwischen zwei entgegengesetzt geladenen Platten herrscht eine Feldstärke von $E = 250$ N/C.
a) Wie groß ist die Kraft auf eine Ladung von $Q = 2\ \mu$C?
b) Wie groß ist der Fluss zwischen den Platten, wenn die Platten einen Flächeninhalt von 30 cm^2 besitzen?
c) Wie groß ist die Ladung einer Platte, wenn man annimmt, dass alle Feldlinien zwischen den Platten verlaufen?
d) Wie vielen Elektronen entspricht die negative Ladung auf den Platten?

3 Die elektrische Spannung

3.1 Der Begriff der elektrischen Spannung

3.1.1 Definition der elektrischen Spannung

Wir verschieben eine positive Testladung Q parallel zum elektrischen Feld E von einem Punkt X zu einem Punkt Y (siehe Abbildung). Die Ladung wird also um den Weg Δs gegen das Feld verschoben. Die Coulomb-Kraft F_C, die auf die Ladung Q wirkt, zeigt in Richtung des elektrischen Feldes. Wir müssen also bei der Verschiebung gegen die Coulomb-Kraft $F_C = E \cdot Q$ Energie aufbringen und es ergibt sich dadurch eine Änderung der potentiellen Energie der Ladung. Diese kann man berechnen durch



$$\Delta E_{\text{pot}} = -F_C \cdot \Delta s = -E \cdot Q \cdot \Delta s$$

Wir führen nun eine neue Größe ein, die wir elektrische Spannung oder Potentialdifferenz nennen, und die wir als $\Delta U = -E \cdot \Delta s$ definieren. Damit lässt sich auch die potentielle Energie als $\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q$ neu schreiben.

Die elektrische Spannung (oder Potentialdifferenz) ΔU ist definiert als

$$\Delta U = -E \cdot \Delta s \tag{3.1}$$

Die potentielle Energie ergibt sich dann als

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q \tag{3.2}$$

Einheit:
$[\Delta U] = [\frac{\Delta E_{\text{pot}}}{Q}] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$ Volt
$[\Delta U] = [-E \cdot \Delta s] = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}} = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$ Volt

Die elektrische Spannung ΔU enthält Informationen darüber, wie viel Energie im elektrischen Feld gespeichert ist. Wenn man für die Ladung $Q = 1$ C wählt, so erhält man $\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U$. Man kann daher auch sagen: Die elektrische Spannung (Potentialdifferenz) ΔU zwischen zwei Punkten des Feldes ist die Energie, die bei der Verschiebung der Testladung $Q = 1$ C entlang des Feldes frei oder absorbiert wird.

3.1.2 Schreibweise

Wenn Sie an Abschnitt 1 denken, wo wir die potentielle Energie eingeführt haben, dann ist es wichtig zu wissen, zwischen welchen Punkten (oder eigentlich in welche Richtung) eine Verschiebung statt findet. Daher führen wir jetzt eine präzisere Schreibweise ein, bei der ganz klar ist, zwischen welchen Punkten eine Verschiebung statt findet. (Wir verwenden hier immer noch die obige Abbildung.)
Wenn wir die Verschiebung vom Punkt X zum Punkt Y machen, dann schreiben wir

$$\Delta U = {}_X U_Y = U_{X \to Y}$$

und sprechen: "U von X nach Y".
Wenn wir die Verschiebung vom Punkt Y zum Punkt X machen, dann schreiben wir

$$\Delta U = {}_Y U_X = U_{Y \to X}$$

und sprechen: "U von Y nach X".
In der ersten Schreibweise wird der Anfangspunkt vor dem U und der Endpunkt nach dem U geschrieben. In der zweiten Schreibweise wird im Index mit einem Pfeil die Richtung dargestellt. Meist verwenden wir die erste Schreibweise.

3.1.3 Vorzeichen der Spannung und potentielle Energie

Wir verschieben eine Ladung Q in einem elektrischen Feld E um einen Weg Δs, den wir in diesem Kapitel parallel zum Feld wählen wollen. Wir überlegen uns jetzt das Vorzeichen von einigen Größen.
Wir legen im folgenden die Richtung des elektrischen Feldes als positive Koordinatenrichtung fest. Damit kann die Verschiebung Δs zwei Vorzeichen haben.

- Es wird eine positive Ladung $Q > 0$ verschoben.
  - Verschiebung gegen das elektrische Feld:
    Das entspricht in der Abbildung einer Verschiebung von X nach Y.
    Weg: $\Delta s < 0$
    Spannung: $\Delta U = {}_XU_Y = -E \cdot \Delta s > 0$
    potentielle Energie: $\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q > 0$ (das bedeutet, Energie wird von der Ladung absorbiert)
  - Verschiebung in Richtung des Feldes:
    Das entspricht in der Abbildung einer Verschiebung von Y nach X.
    Weg: $\Delta s > 0$
    Spannung: $\Delta U = {}_YU_X = -E \cdot \Delta s < 0$
    potentielle Energie: $\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q < 0$ (das bedeutet, Energie wird von der Ladung frei)
- Es wird eine negative Ladung $Q < 0$ verschoben.
  - Verschiebung gegen das elektrische Feld:
    Das entspricht in der Abbildung einer Verschiebung von X nach Y.
    Weg: $\Delta s < 0$
    Spannung: $\Delta U = {}_XU_Y = -E \cdot \Delta s > 0$
    potentielle Energie: $\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q < 0$ (das bedeutet, Energie wird von der Ladung frei)
  - Verschiebung in Richtung des Feldes:
    Das entspricht in der Abbildung einer Verschiebung von Y nach X.
    Weg: $\Delta s > 0$
    Spannung: $\Delta U = {}_YU_X = -E \cdot \Delta s < 0$
    potentielle Energie: $\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q > 0$ (das bedeutet, Energie wird von der Ladung absorbiert)

Der Unterschied zwischen den beiden Ladungen ist also nur das Vorzeichen der potentiellen Energie, die Spannung ist unabhängig von der Ladung.

Die Spannung oder Potentialdifferenz ${}_XU_Y$ zwischen zwei Punkten X und Y eines homogenen Feldes E, wobei der Verschiebungsweg Δs parallel zum Feld E gewählt wird, ist gegeben als

$$\Delta U = {}_XU_Y = -E \cdot \Delta s \tag{3.3}$$

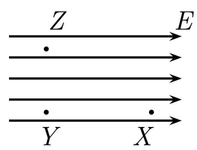
$$\text{Es gilt: } {}_XU_Y = -{}_YU_X$$

Die potentielle Energie für die Verschiebung der Probeladung Q von X nach Y ist gleich dem Produkt aus Spannung ΔU und Ladung Q

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q \tag{3.4}$$

Beispiel (3.1)

Das elektrische Feld in der Abbildung beträgt $E = 10$ N/C. Die beiden Punkte X und Y haben einen Abstand von 5 m. Es gibt zwei Ladungen $Q_1 = 7$ mC und $Q_2 = -4$ mC.
a) Berechnen Sie die Spannung oder Potentialdifferenz zwischen X und Y!
b) Berechnen Sie die Änderung der potentiellen Energie, wenn die Ladung Q_1 von X nach Y verschoben wird! Wird dabei Energie absorbiert oder frei?
c) Berechnen Sie die Änderung der potentiellen Energie, wenn die Ladung Q_2 von X nach Y verschoben wird! Wird dabei Energie absorbiert oder frei?



Lösung

a) Wir berechnen die Spannung für die Verschiebung gegen das Feld (von X nach Y)

$$_XU_Y = -E \cdot \Delta s = (-10) \cdot (-5) = +50 \text{ V}$$

Die Spannung für die Verschiebung in Richtung des Feldes (von Y nach X) ist

$$_YU_X = -E \cdot \Delta s = (-10) \cdot (+5) = -50 \text{ V}$$

Die Potentialdifferenz zwischen X und Y beträgt also ± 50 V.

b) Wir verschieben die positive Ladung Q_1 von X nach Y:

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q_1 = {}_XU_Y \cdot Q_1 = (+50) \cdot (+7) \cdot 10^{-3} = +350 \cdot 10^{-3} = +350 \text{ mJ}$$

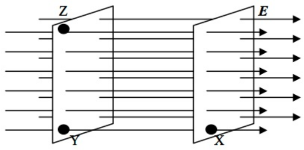
Bei der Verschiebung der positiven Ladung von X nach Y werden 350 mJ Energie absorbiert. (Eine postive Ladung würde sich von selbst nicht gegen die Feldlinien bewegen.)

c) Wir verschieben die negative Ladung Q_2 von X nach Y:

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q = {}_XU_Y \cdot Q_1 = (+50) \cdot -(4) \cdot 10^{-3} = -200 \cdot 10^{-3} = -200 \text{ mJ}$$

Bei der Verschiebung der negativen Ladung von X nach Y werden 200 mJ Energie frei. (Eine negative Ladung würde sich auch von selbst gegen die Feldlinien bewegen.)

3.1.4 Allgemeine Verschiebungen im elektrischen Feld



Wir verschieben die Ladung Q auf einem Weg, der normal zum Feld E steht, von Y nach Z. Dabei wirkt keine Kraft (weil die Kraft immer tangential zu den Feldlinien wirkt) und es kommt folglich auch zu keiner Energieänderung[1].

Daher gilt:

Zwichen zwei Punkten Y und Z, die durch einem Weg normal zum Feld verbunden sind, gibt es keine Spannung bzw. Potentialdifferenz

$$_YU_Z = 0 \tag{3.5}$$

Zwischen den Punkten Y und Z gibt es keine Spannung. Die Potentialdifferenz zwischen Y und Z ist gleich Null. Man sagt auch Y und Z haben dasselbe Potential.

Wenn man jetzt eine Ladung vom Punkt X zum Punkt Z verschieben möchte, dann kann man den direkten Weg immer in zwei Teile zerlegen: einen Teil, der parallel zum Feld ist (von X nach Y) und einen Teil der normal zum Feld ist (von Y nach Z). Wir verwenden hier die folgende Tatsache:

In jedem elektrostatischen Feld ist die Spannung zwischen zwei Punkten unabhängig vom Weg, der zwischen den Punkten gewählt wird.

Wir können damit die Zerlegung des Weges folgendermaßen aufschreiben:

$$_XU_Z = {}_XU_Y + {}_YU_Z = {}_XU_Y \tag{3.6}$$

Wir stellen also fest, dass die Spannung zwischen den Punkten X und Z genauso groß ist, wie die Spannung zwischen den Punkten X und Y.

[1] Wir können das mit der potentiellen Energie der Schwerkraft vergleichen. Wenn man einen Körper in gleicher Höhe verschiebt, so gibt es keine Änderung der potentiellen Energie $\Delta E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot \Delta h$.

3.2 Spannung und Potential

3.2.1 Der Unterschied zwischen Spannung, Potentialdifferenz und Potential

Die Spannung oder Potentialdifferenz ist eine physikalische Größe, die zwischen zwei Punkten gemessen wird, also eine Änderung (ein Unterschied). Deswegen verwednen wir auch die Bezeichnung ΔU. Es stellt sich jetzt die Frage, ob es auch die Größe U selbst gibt. Die Antwort darauf ist ein "ja - aber".

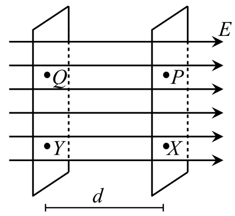
Wir führen folgende Schreibweise ein:

$$\Delta U = \ {}_XU_Y = U_Y - U_X \tag{3.7}$$

Dabei nennt man ${}_XU_Y$ Potentialdifferenz, U_X (sprich "U von X") nennt man Potential des Punktes X und U_Y (sprich "U von Y) nennt man Potential des Punktes Y.
Die Potentialdifferenz $\Delta U = -E \cdot \Delta s$ ist hier eindeutig gegeben, sie hängt in eindeutiger Weise vom Feld E und der Verschiebung Δs ab. Die beiden Potentiale sind aber nicht eindeutig gegeben. Man kann sie bis zu einem gewissen Grad frei wählen. Eigentlich kann man nur eines der beiden Potentiale U_X oder U_Y frei wählen, das andere ergibt sich aus der obigen Formel[2].
Man wählt das Potential am besten so, dass man möglichst wenig mathematische Arbeit hat. Manchmal wird der unendlich weit entfernte Punkt als Nullpotential gewählt (siehe auch Kap. 3.4 über das Potential der Punktladung).

Beispiel (3.2)

In einem horizontalen homogenen elektrischen Feld $E = 20$ N/C gibt es zwei vertikale Ebenen, die den Abstand $d = 4$ m haben. Auf den Ebenen gibt es jeweils zwei Punkte. Der Punkt Y hat das Potential $U_Y = 100$ V.
Berechnen Sie das Potential der Punkte X, Q und P!



Lösung

Da die Punkte Y und Q auf einer Fläche liegen, die normal zu den Feldlinien steht, ist die Potentialdifferenz hier gleich Null ${}_YU_Q = 0$ und beide Punkt haben dasselbe Potential: $U_Y = U_Q = 100$ V.

Dieselbe Argumentation gilt für die Punkte X und P: die Potentialdifferenz ist gleich Null ${}_XU_P = 0$ und beide Punkt haben dasselbe Potential: $U_X = U_P$.

Wir müssen die Potentialdifferenz zwischen X und Y bestimmen

$${}_XU_Y = -E \cdot \Delta s = -20 \cdot (-4) = +80 \text{ V}$$

und daraus das Potential ausrechnen

$${}_XU_Y = U_Y - U_X \quad \longrightarrow \quad U_X = U_Y -{}_X U_Y = 100 - (+80) = +20 \text{ V}$$

Das Potential der Punkte ist damit:

$$U_X = +20 \text{ V}, \quad U_Q = +100 \text{ V}, \quad U_P = +20 \text{ V}$$

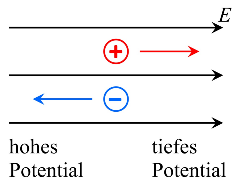
Bemerkung

Eines der Potentiale ist frei wählbar. Die Werte der anderen Potentiale ergeben sich dann daraus aufgrund der entsprechenden Beziehungen. Man könnte auch z.B. wählen:
$U_Y = 50$ V $\quad\Rightarrow\quad U_X = -30$ V, $\quad U_Q = +50$ V, $\quad U_P = -30$ V
oder:
$U_Y = -10$V $\quad\Rightarrow\quad U_X = -90$ V, $\quad U_Q = -10$ V, $\quad U_P = -90$ V

[2] Vergleichen Sie hier mit der potentiellen Energie in der Mechanik, bei der man auch den Nullpunkt frei wählen oder verschieben kann.

3.2.2 Der Zusammenhang von Feldlinien und Potential

Wir können folgenden Zusammenhang formulieren:



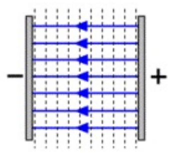
- Die Feldlinien gehen von den positiven Ladungen zu den negativen Ladungen.
  Die Feldlinien zeigen vom hohen Potential zum tiefen Potential.
- Eine positive Ladung bewegt sich von selbst in Feldrichtung.
  Eine positive Ladung bewegt sich von selbst vom hohen Potential zum tiefen Potential.
- Eine negative Ladung bewegt sich von selbst gegen die Feldrichtung.
  Eine negative Ladung bewegt sich von selbst vom tiefen Potential zum hohen Potential.

Man kann diese Zusammenhänge auch für einen Gegencheck bei *Beispiel (3.2)* verwenden. Wenn man richtig gerechnet hat, dann muß das Potential im Punkt X kleiner sein, als das Potential im Punkt Y, weil X in Richtung der Feldlinien liegt und damit das tiefere Potential hat.

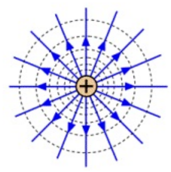
3.2.3 Äquipotentialflächen

Eine Äquipotentialfläche ist eine Fläche, auf der alle Punkte dasselbe Potential haben.

Äquipotentialflächen stehen immer normal zum elektrischen Feld.
Oft ist es hilfreich Äquipotentialflächen einzuzeichnen, die alle denselben Potentialabstand voneinander haben. Das ist vergleichbar mit Höhenschichtlinien in einer geographischen Karte. Die Dichte der Äquipotentialflächen sagt uns dann, wo sich das Feld am stärksten ändert.



Bei einem homogenen Feld sind die Äquipotentialflächen parallele Ebenen (Linien). Äquipotentialflächen, die den gleichen Potentialabstand voneinander haben, haben auch den gleichen räumlichen Abstand.



Bei einem radialsymmetrischen Feld sind die Äquipotentialflächen konzentrische Kugelschalen (Kreise). Äquipotentialflächen, die den gleichen Potentialabstand voneinander haben, sind weiter Innen näher beisammen als weiter außen.

3.3 Die Spannung eines Plattenkondensators

Das Feld eines Kondensators mit Plattenabstand $d \ll A$ ist gegeben durch

$$E_{\text{kond}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A}$$

Wenn man jetzt vom Vorzeichen absieht, kann man die Spannung zwischen den Platten berechnen, indem man $|\Delta U| = |-E \cdot \Delta s| = E_{\text{kond}} \cdot d$ verwendet. Es ergibt sich

$$U_{\text{kond}} = E_{\text{kond}} \cdot d = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot A} \tag{3.8}$$

Bei kleinem Plattenabstand $d \ll A$ ist die Spannung zwischen den Platten eines Kondensators gegeben durch

$$U_{\text{kond}} = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot A} \tag{3.9}$$

Die positive Platte hat immer das höhere Potential, die negative Platte hat immer das tiefere Potential.

3.4 Das Potential einer Punktladung

3.4.1 Allgemeine Herleitung

Wir hatten für das elektrische Feld einer Punktladung die Formel

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Wenn man vom Vorzeichen absieht, kann man die Spannung (oder Potentialdifferenz) bei der Punktladung auch mit der Formel $|\Delta U| = |-E \cdot \Delta s| = E(r) \cdot r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$ berechnen. Bei der Bestimmung der Potentiale muß man nur aufpassen, wo man die beiden Punkte wählt (beim Kondensator sind die beiden Punkte durch die Platten gegeben).

Es hat sich hier als günstig erwiesen, wenn man für den unendlich weit entfernten Punkt das Potential $U_\infty = 0$ wählt. Damit kann man als anderen Punkt einfach einen Punkt im Abstand r wählen (alle Punkte mit Abstand r liegen auf einer Äquipotentialfläche).

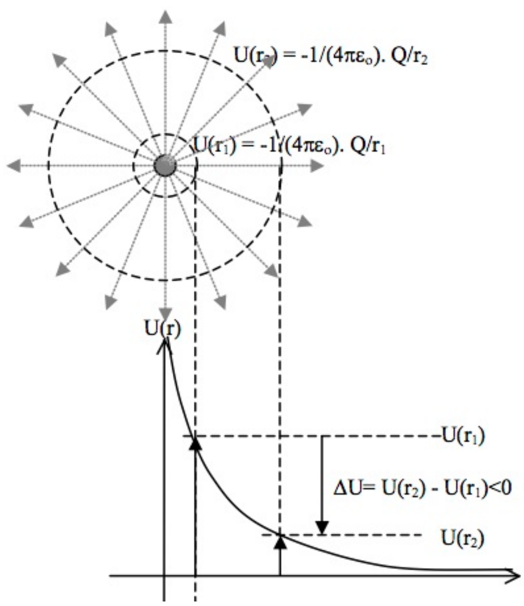
Das Potential einer Punktladung Q im Abstand r (gemessen von der Punktladung) ist gegeben durch

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} \tag{3.10}$$

3.4.2 Die positive Punktladung: das abstoßende Potential

Die Abbildung zeigt die Situation einer positiven Punktladung $Q > 0$:

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} \propto \frac{1}{r}$$



Für $r \to \infty$ ist das Potential gleich Null, je näher man an die Punktladung Q herankommt, desto größer wird das Potential. Das Potential hat den Verlauf einer (positiven) Hyperbel ($1/r$-Funktion). Die Feldlinien zeigen radial nach außen von der Ladung weg.

Wir verschieben jetzt eine positive Ladung Q_1 von einem Abstand r_1 zu einem Abstand $r_2 > r_1$.
Die entsprechende Potentialdifferenz (Spannung) negativ:

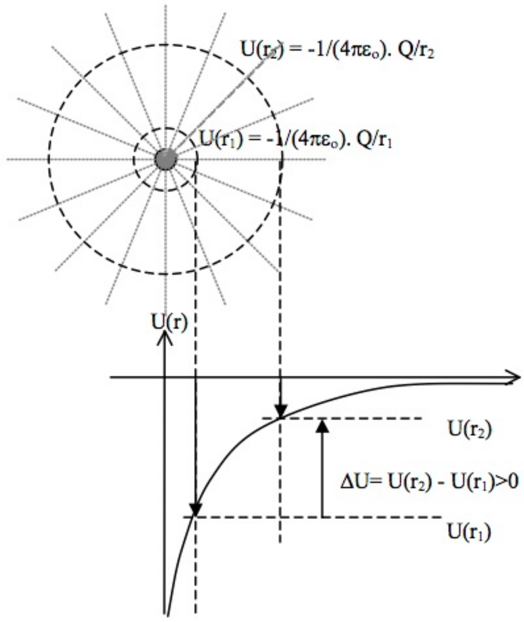
$$\Delta U = U(r_2) - U(r_1) < 0$$

Bei der Verschiebung wird potentielle Energie frei:

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot \Delta Q < 0$$

Tatsächlich entfernt sich die Ladung Q_1 auch von selbst von der positiven Punktladung Q, das heißt, sie verliert Energie.
Man kann sich das auch bildlich so vorstellen, dass die Ladung Q_1 am Potential nach außen hin "abrutscht". Daher auch der Name "abstoßendes Potential".

3.4.3 Die negative Punktladung: das anziehende Potential



Die Abbildung zeigt die Situation einer negativen Punktladung $Q < 0$:

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} \propto -\frac{1}{r}$$

Für $r \to \infty$ ist das Potential gleich Null, je näher man an die Punktladung Q herankommt, desto kleiner wird das Potential. Das Potential hat den Verlauf einer (negativen) Hyperbel ($-1/r$-Funktion). Die Feldlinien zeigen radial nach Innen zur Ladung hin.

Wir verschieben jetzt eine positive Ladung Q_1 von einem Abstand r_1 zu einem Abstand $r_2 > r_1$.
Die entsprechende Potentialdifferenz (Spannung) positiv:

$$\Delta U = U(r_2) - U(r_1) > 0$$

Bei der Verschiebung wird potentielle Energie absorbiert:

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot \Delta Q > 0$$

Tatsächlich bewegt sich die Ladung Q_1 von selbst zur negativen Punktladung Q hin. Damit absorbiert sie Energie, wenn sie von der Punktladung entfernt wird.
Man kann sich das auch bildlich so vorstellen, dass die Ladung Q_1 am Potential nach innen hin "abrutscht". Daher auch der Name "anziehendes Potential".

3.5 Berechnungen mit dem Energieerhaltungssatz

Wir können den Energieerhaltungssatz auch zur Berechnung von Fragestellungen mit elektrischen Ladungen verwenden.
Der Energieerhaltungssatz lautet:

$$\Delta E_{\text{ges}} = \Delta E_{\text{pot}} + \Delta E_{\text{kin}} = 0$$

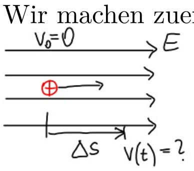
Wir werden im folgenden ein Beispiel auf zwei verschiedene Arten lösen.

Beispiel (3.3)

Die Masse $m = 4$ g trägt die Ladung $Q = 2,5$ mC. Sie wird in einem Punkt des homogenen Feldes $E = 100$ N/C losgelassen und durch das Feld beschleunigt.
a) In welche Richtung bewegt sich die Ladung?
b) Welche Geschwindigkeit erreicht sie nach 0,8 Metern?

Lösung

Wir machen zuerst eine Skizze:



a) Die Ladung bewegt sich in die Richtung des Feldes.
b)

- Erste Lösungsmethode
  Wir verwenden die Bewegungsgleichungen:
  $v(t) = v_0 + a \cdot t$ und $s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ mit $v_0 = 0$ und $s_0 = 0$.

  Die Beschleunigung berechnen wir aus der Kraft, und diese aus dem Feld.

$$F_C = E \cdot Q = 100 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 0,25 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_C}{m} = \frac{0,25}{4 \cdot 10^{-3}} = 62,5 \text{ m/s}^2$$

$$s(t) = \frac{a \cdot t^2}{2} \quad \longrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot s(t)}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{62,5}} = 0,16 \text{ s}$$

$$v(t) = a \cdot t = 62,5 \cdot 0,16 = 10 \text{ m/s}$$

Dieser Ansatz ist zwar zielführend, aber man braucht viele Zwischenschritte.

- Zweite Lösungsmethode
  Wir verwenden den Energieerhaltungssatz:

$$\Delta E_{\text{ges}} = \Delta E_{\text{pot}} + \Delta E_{\text{kin}} = 0$$

mit

$$\Delta E_{\text{pot}} = -E \cdot \Delta s \cdot Q = -100 \cdot (+0,8) \cdot (+2.5 \cdot 10^{-3}) = -0,2 \text{ J}$$

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v(t)^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{m \cdot v(t)^2}{2} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot v(t)^2}{2} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot v(t)^2 \text{ J}$$

Wir setzen ein:

$$\Delta E_{\text{ges}} = \Delta E_{\text{pot}} + \Delta E_{\text{kin}} = 0$$

$$-0,2 + 2 \cdot 10^{-3} \cdot v(t)^2 = 0$$

$$v(t) = \sqrt{\frac{0,2}{2 \cdot 10^{-3}}} = 10 \text{ m/s}$$

Diese Lösungsmethode kommt eigentlich ganz ohne Zwischenergebnisse aus, wenn man alles erst am Schluss einsetzt:

$$-E \cdot \Delta s \cdot Q + \frac{m \cdot v(t)^2}{2} = 0$$

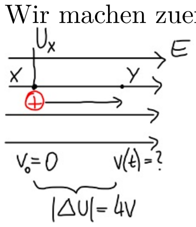
$$v(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \Delta s \cdot Q}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot (+0,8) \cdot (+2.5 \cdot 10^{-3})}{4 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{100} = 10 \text{ m/s}$$

Beispiel (3.4)

Die Masse $m = 1$ g mit der Ladung $Q = 8$ mC wird in einem Punkt X mit dem Potential 100 V losgelassen und vom Feld E beschleunigt.
a) Welche Geschwindigkeit erreicht sie nach dem Durchfliegen eine Spannung von $|\Delta U| = 4$ V? Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz!
b) Herrscht dort das Potential 104 V oder 96 V?

Lösung

Wir machen zuerst eine Skizze:



Wir können anhand der Skizze bereits die zweite Frage beantworten, denn in Richtung der Feldlinien wird das Potential immer kleiner.
b) Dort herrscht das Potential von 96 V.
a) Diesmal können wir das Beispiel nur mit dem Energieerhaltungssatz lösen. Wir setzen an:

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q = ({}_X U_Y) \cdot Q = (U_Y - U_X) \cdot Q$$

Wenn man schon das Vorzeichen der Spannung ΔU weiß, dann kann man es hier bereits einsetzen. Wenn man sich nicht sicher ist, so kann man es noch allgemein ansetzen mit der Differenz. Man sieht dann dass U_Y kleiner ist als U_X und daher die Differenz negativ ist $\Delta U < 0$.

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v(t)^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{m \cdot v(t)^2}{2}$$

Wir setzen ein:

$$\Delta U \cdot Q + \frac{m \cdot v(t)^2}{2} = 0$$

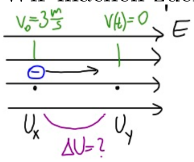
$$v(t) = \sqrt{\frac{-2 \cdot \Delta U \cdot Q}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot (-4) \cdot (+8 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}}} = 8 \text{ m/s}$$

Beispiel (3.5)

Die Masse $m = 2$ g mit der Ladung $Q = -6$ mC wird in einem Punkt X mit dem Potential 100V mit $v_0 = 3$ m/s in Richtung eines homogenen Feldes geschossen.
a) Welche Spannung kann sie durchfliegen? Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz!
b) Bei welchem Potential kehrt sie um?

Lösung

Wir machen zuerst eine Skizze:



a) Wir lösen mit dem Energieerhaltungssatz.

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta U \cdot Q = ({}_XU_Y) \cdot Q = (U_Y - U_X) \cdot Q$$

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v(t)^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2} = -\frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

Wir setzen ein:

$$\Delta U \cdot Q - \frac{m \cdot v_0^2}{2} = 0$$

$$\Delta U = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot Q} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 3^2}{2 \cdot (-6 \cdot 10^{-3})} = -1,5 \text{ V}$$

b) Damit berechnen wir das Potential des Punktes Y:

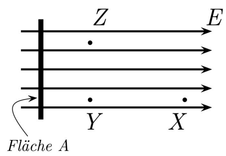
$${}_XU_Y = U_Y - U_X \quad \longrightarrow \quad U_Y = {}_XU_Y + U_X = -1,5 + 100 = 98,5 \text{ V}$$

3.6 Aufgaben

(3.1) a) Von welchem Potential (hoch oder tief) zu welchem Potential bewegen sich positive Ladungen bzw. negative Ladungen von selbst?

b) Von welchem Potential zu welchem Potential zeigen die elektrischen Feldlinien?

c) Die Abbildung zeigt ein elektrisches Feld E und drei Punkte. Der Abstand zwischen X und Y beträgt $d = 3$ m. Die dick eingezeichnete Fläche hat den Flächeninhalt $A = 0,5$ m^2.
Berechnen Sie die Spannungen ${}_XU_Y$, ${}_YU_X$, und ${}_XU_Z$! Achten Sie auf das Vorzeichen!
d) Wodurch ist eine Äquipotentialfläche gekennzeichnet?



(3.2) Gegeben ist ein homogenes Feld $E = 40$ N/C. Der Punkt X liegt genau 3 m in Feldrichtung vom Punkt Y entfernt.
a) Berechnen Sie ${}_XU_Y$ und ${}_YU_X$!
b) Wieviel Energie wird bei der Verschiebung der Ladung $Q_1 = +5$ mC von X nach Y absorbiert oder frei?
c) Wieviel Energie wird bei der Verschiebung der Ladung $Q_2 = -7$ mC von X nach Y absorbiert oder frei?
d) Wieviel Energie wird bei der Verschiebung der Ladung $Q_3 = +11$ mC von Y nach X absorbiert oder frei?

(3.3) Gegeben ist ein homogenes Feld $E = 50$ N/C. Der Punkt X liegt genau 7 m in Feldrichtung vom Punkt Y entfernt . Y hat das Potential $U_Y = 270$ V.
a) Bestimmen Sie das Potential des Punktes X!
b) Wieviel Energie wird bei der Verschiebung der Ladung $Q_1 = +5$ mC von Y nach X absorbiert oder frei?
c) Wieviel Energie wird bei der Verschiebung der Ladung $Q_2 = -2$ mC von X nach Y absorbiert oder frei?
d) Wieviel Energie wird bei der Verschiebung der Ladung $Q_3 = -10$ mC von Y nach X absorbiert oder frei?

(3.4) Die Masse $m = 4$ g trägt die Ladung $Q = 2$ mC. Sie wird in einem Punkt des homogenen Feldes $E = 100$ N/C losgelassen und durch das Feld beschleunigt.
a) In welche Richtung bewegt sich die Ladung?
b) Welche Geschwindigkeit erreicht sie nach 1,2 Metern?

(3.5) Die Masse $m = 4$ g trägt die Ladung $Q = -8$ mC. Sie wird in einem Punkt des homogenen Feldes $E = 20$ N/C losgelassen und durch das Feld beschleunigt.
a) In welche Richtung bewegt sich die Ladung?
b) Welche Geschwindigkeit erreicht sie nach 2 Metern?

(3.6) Die Masse $m = 5$ g mit der Ladung $Q = 2$ mC wird mit der Geschwindigkeit $v_0 = 4$ m/s gegen ein homogenes Feld $E = 50$ N/C geschossen.
Wie weit kommt sie? Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz!

(3.7) Die Masse $m = 2$ g mit der Ladung $Q = 4$ mC wird in einem Punkt mit dem Potential 100 V losgelassen und vom Feld E beschleunigt.
a) Welche Geschwindigkeit erreicht sie nach dem Durchfliegen eine Spannung von $|\Delta U| = 4$ V? Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz!
b) Herrscht dort das Potential 104 V oder 96 V?

(3.8) Die Masse $m = 2$ g mit der Ladung $Q = -9$ mC wird in einem Punkt mit dem Potential 100V losgelassen und vom Feld E beschleunigt.
a) Welche Geschwindigkeit erreicht sie nach dem Durchfliegen eine Spannung von $|\Delta U| = 25$ V? Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz!
b) Herrscht dort das Potential 125 V oder 75 V?

(3.9) Die Masse $m = 2$ g mit der Ladung $Q = +5$ mC wird in einem Punkt mit dem Potential 100 V mit $v_0 = 10$ m/s gegen die Feldrichtung eines homogenen Feldes geschossen.
a) Welche Spannung kann die Ladung durchfliegen? Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz!
b) Bei welchem Potential kehrt sie um?

(3.10) Die Masse $m = 2$ g mit der Ladung $Q = -6$ mC wird in einem Punkt mit dem Potential 100V mit $v_0 = 5$ m/s in Richtung eines homogenen Feldes geschossen.
a) Welche Spannung kann sie durchfliegen?Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz!
b) Bei welchem Potential kehrt sie um?

(3.11) Eine Punktladung mit $Q = +10\ \mu$C erzeugt ein elektrisches Feld.
a) Skizzieren Sie die Feldlinien!
b) Berechnen Sie die Spannung (= Potentialdifferenz) zwischen zwei Punkten X und Y mit den Abständen $r_X = 0,6$ m und $r_Y = 1,5$ m.
c) Wie viel potentielle Energie wird beim Transport der Probeladung $\Delta Q = 0,1\ \mu$C von X nach Y frei oder absorbiert?

4 Die elektrische Kapazität

4.1 Der Begriff der elektrischen Kapazität

Das Wort "Kapazität" hat oft die Bedeutung von "Platz" oder "Aufnahmevermögen", "Aufnahmefähigkeit".

Beispiel

Ein Autobus hat die Kapazität von 50 Personen. Das bedeutet nicht unbedingt, daß nur 50 Personen Platz haben. In manchen Entwicklungsländern fahren oft bis zu 200 Personen in einem solchen Bus. Hier braucht man sehr viel Energie um die Personen in den Bus hineinzustopfen.

Elektrische Kapazität bedeutet Platz oder Aufnahmevermögen für elektrische Ladungen. Ein Körper hat eine große Kapazität, wenn man auf diesen Körper viel Ladung aufbringen kann und dabei wenig Energie braucht. Diese Energie wird nicht in Joule, sondern in Volt (= Energie pro Einheitsladung) gemessen. Sie ist also das Potential des Körpers.

Die elektrische Kapazität eines Körpers ist gegeben als die Ladung Q, die am Körper sitzt, geteilt durch das Potential U, das der Körper dadurch bekommt.

$$C = \frac{Q}{U} \tag{4.1}$$

Die elektrische Kapazität ist ein Maß für das elektrische "Aufnahmevermögen" eines Körpers.

Einheit:
$[C] = [\frac{Q}{U}] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = \mathrm{F}$ Farad

Wir wissen bereits, dass die Ladung von 1 C sehr groß ist. Genauso verhält es sich jetzt mit der el. Kapazität. Die Kapazität von 1 F ist sehr groß. Normalerweise liegen el. Kapazitäten im Bereich von Mikro- bzw. Nano-Farad.

Beispiel (4.1)

Zwei Körper haben die el. Kapazitäten von $C_1 = 10$ nF und $C_2 = 2$ nF. Auf beide Körper wird die Ladung von $Q = 30$ nC aufgebracht.
a) Berechnen Sie das Potential der beiden Körper!
b) Berechnen Sie die Energie, die man aufwenden muß, wenn man noch zusätzlich die kleine Ladung $Q_a = 0,01$ nC auf die Körper bringen möchte!

Lösung

a) Wir berechnen das Potential der Körper: $C = \frac{Q}{U} \quad U = \frac{Q}{C}$
Körper 1: $U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{30 \cdot 10^{-9}}{10 \cdot 10^{-9}} = 3$ V
Körper 2: $U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{30 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-9}} = 15$ V
Das Potential des zweiten Körpers ist höher, weil er eine kleinere Kapazität hat.
b) Wir können für diese Berechnung die Formel für die potentielle Energie verwenden $\Delta E_{\mathrm{pot}} = U \cdot Q_a$:
Körper 1: $\Delta E_{\mathrm{pot}} = U_1 \cdot Q_a = 3 \cdot 0,01 \cdot 10^{-9} = 0,03 \cdot 10^{-9} = 0,03$ nJ
Körper 2: $\Delta E_{\mathrm{pot}} = U_2 \cdot Q_a = 15 \cdot 0,01 \cdot 10^{-9} = 0,15 \cdot 10^{-9} = 0,15$ nJ
Beim zweiten Körper ist also mehr Energie nötig, um noch ein bisschen mehr Ladung aufzubringen.

Bemerkung

Bei großen ausgedehnten Körpern kann man nicht so einfach sagen, dass sie ein bestimmtes Potential haben. Die Ladungen verteilen sich auf großen Körpern unregelmäßig, daher haben verschiedene Punkte des Körpers oft verschiedenes Potential. Die Ladungen verteilen sich am Körper so, dass sie umso dichter sind, je stärker die Krümmung ist.
An spitzen Stellen sind die Ladungen besonders dicht, diese Stellen haben ein höheres Potential. Es ist dort schwieriger, weitere Ladungen aufzubringen.

4.2 Die Kapazität eines Kondensators

Ein Kondensator wird dazu benutzt, um Ladungen aufzunehmen und/oder ein möglichst dichtes Feld zu erzeugen.
Die elektrische Kapazität C eines Kondensators ist umso kleiner, je schwieriger es ist seine positive Ladung (auf der einen Platte) und seine negative Ladung (auf der anderen Platte) zu erhöhen. C ist also umso kleiner, je größer bei gegebener Plattenladung die Spannung zwischen den Platten ist.
Wir setzen in die Formel für die Kapazität $C = \frac{Q}{U}$ die Spannung des Kondensators $U_{\text{kond}} = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot A}$ ein.

Kapazität des Plattenkondensators

$$C_{\text{kond}} = \frac{A \cdot \varepsilon_0}{d} \qquad (4.2)$$

C_{kond} ist proportional zur Fläche: Je größer die Fläche, desto mehr Ladungen haben Platz.
C_{kond} ist umgekehrt proportional zum Abstand: Es ist schwieriger, die Ladung weit voneinander zu trennen.

Beispiel (4.2)

Auf den Platten eines Kondensators mit der Kapazität $C = 20\ \mu$F sitzt die Ladung $Q = \pm 5$ mC.
a) Wie groß ist die Spannung, die am Kondensator entsteht?
b) Die negative Platte hat das Potential $U_- = 20$ V. Wie groß ist das Potential U_+ der positiven Platte?
c) Wir transportieren nun die Ladung $Q_1 = +15\ \mu$C von der negativen zur positiven Platte.
Wie groß ist dann die Ladung auf beiden Platten?
Wie viel Energie braucht oder bekommt man bei diesem Ladungstransport?

Lösung

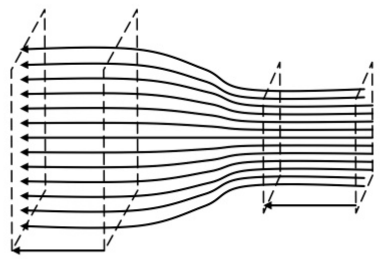
a) Die Spannung beträgt $U = \frac{Q}{C} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} = 250$ V.
b) Die positive Platte hat das höhere Potential. Die Differenz zwischen beiden beträgt 250 V.
$U_+ - U_- = 250 \quad \longrightarrow \quad U_+ = 250 + U_- = 250 + (20) = 270$ V
c) Durch diesen Transport wird die Ladung auf beiden Platten höher:
$Q_{\text{neu}} = Q + Q_1 = 5 \cdot 10^{-3} + 15 \cdot 10^{-6} = 5\,000 \cdot 10^{-6} + 15 \cdot 10^{-6} = 5\ 015 \cdot 10^{-6} = 5,015 \cdot 10^{-3} = 5,015$ mC
Für den Transport braucht man die Energie $\Delta E_{\text{pot}} = U \cdot Q_1 = 250 \cdot 15 \cdot 10^{-6} = 3,75 \cdot 10^{-3} = 3,75$ mJ

4.3 Aufgaben

(4.1) Auf einem Plattenkondensator sitzt die Ladung $Q = \pm 5$ mC, dabei entsteht zwischen den Platten die Spannung $|U| = 10$ V. Man bringt nochmals $Q_1 = 50\ \mu$C von der negativen Platte zur positiven Platte.
a) Welche Ladung tragen danach die beiden Platten?
b) Welche Energie braucht man für diesen Transport?
c) Wie groß ist die Kapazität des Kondensators?

(4.2) Auf einem Plattenkondensator sitzt die Ladung $Q = \pm 4$ mC. Wenn wir nochmals $Q_1 = 50\ \mu$C von der negativen Platte zur positiven Platte bringen, brauchen wir dazu die Energie $\Delta W = 1000$ mJ.
a) Welche Ladung tragen danach die beiden Platten?
b) Wie groß ist die Kapazität des Kondensators?

(4.3) Der Abstand zwischen zwei gleich großen Flächen in der Abbildung ist jeweils 3 m. Die linken Flächen betragen $A_1 = 9,75$ m^2, die rechten Flächen $A_2 = 6,5$ m^2.
a) Bestimmen Sie die Potentialdifferenz zwischen diesen Flächen!
b) Die Fläche ganz links hat das Potential $U_{\text{links}} = 400$ V. Welches Potential hat die nächste Fläche rechts davon?



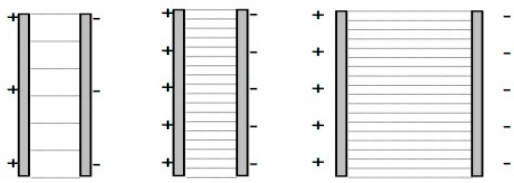
(4.4) Gegeben sei ein homogenes elektrisches Feld mit $E = 5$ N/C. Der Punkt X in diesem Feld hat das Potential $U_X = 30$ V.Wir gehen 7 m weiter in Feldrichtung und kommen zu einem Punkt Y. Welches Potential hat der Punkt Y?
Nun gehen wir 2 m normal zur Feldrichtung und kommen zu einem Punkt Z. Welches Potential hat Z?

(4.5) Ein gegebener Körper hat eine sehr kleine Kapazität.
a) Braucht man viel oder wenig Energie, um eine Ladung aufzubringen?
b) Bekommt er dabei eine großes oder ein kleines Potential?

(4.6) Ein gegebener Kondensator hat eine sehr große Kapazität.
a) Ist es leicht oder schwer, ihn aufzuladen?
b) Bekommt er dabei eine große oder eine kleine Spannung?

(4.7) Wozu ist die Kapazität eines Körper proportional, wozu ist sie umgekehrt proportional?
Ein Kondensator hat die Kapazität $C = 5$ F. Wie groß ist die Spannung, die zwischen seinen Platten entsteht, wenn er mit ± 50 C aufgeladen wird?

(4.8) In welcher Abbildung ist das Elektrische Feld am größten?
In welcher Abbildung ist am meisten potentielle Energie gespeichert?
In welcher Abbildung ist die Spannung am größten?
In welcher Abbildung steht für den Transport einer gegebenen Probeladung ΔQ am meisten Energie zur Verfügung?



5 Materie im elektrischen Feld

5.1 Allgemeine Begriffe

Man unterscheidet in der Elektrizitätslehre drei Arten von Stoffen:

Leiter: In einem Leiter können sich Ladungen gut bewegen. Beispiele: Kupfer, Silber, Aluminium, Graphit

Schlechter Leiter: Ladungen können sich sehr schlecht bewegen. Beispiel. Öl, Holz

Isolator, Nichtleiter: Ladungen können sich (fast) nicht bewegen. Der Isolator leitet die Ladungen nicht. Beispiel: Gummi, Luft

Isolatoren und schlechte Leiter, werden auch "Dielektrikum" genannt. Ein Dielektrikum ist jeder Stoff außer einem guten Leiter.

5.2 Das Elektrische Feld in einem Dielektrikum

Es gilt:

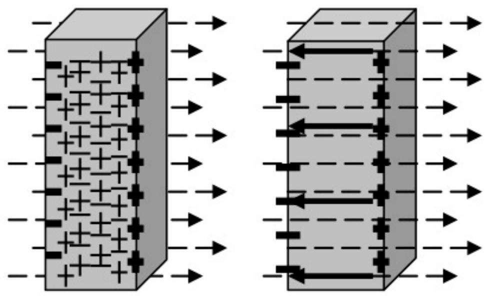
Im Dielektrikum ist das E-Feld immer kleiner als im Vakuum. Je besser der Stoff leitet, desto kleiner wird das Feld. Es gilt für das elektrische Feld E_r im Dielektrikum

$$E_r = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \tag{5.1}$$

Die Konstante ε_r ist materialabhängig und heißt relative Dielektrizitätskonstante oder Permittivitätszahl.

Begründung

In einem Körper ohne äußeres Feld sind die positiven und negativen Ladungen ziemlich gleichmäßig im Körper verteilt. Der gesamte Körper wirkt nach außen hin elektrisch neutral.
Wenn ein äußeres elektrisches Feld E_0 angelegt wird, so werden die negativen Ladungen ein bißchen auf die eine Seite gezogen und die positiven Ladungen ein bißchen auf die andere Seite. Dadurch wird der eine Rand des Körpers negativ und der andere Rand positiv. Das nenn man Polarisierung.
Dadurch entstehen zwei Pole und das Innere des Körpers wirkt wie ein Kondensator und erzeugt ein Gegenfeld E_{gegen}. Dieses Gegenfeld schwächt das äußere Feld ab und es bleibt ein kleineres Feld E_r zurück. Es gilt für die Beträge der Felder:



$$E_r = E_0 - E_{\text{gegen}} \tag{5.2}$$

und als Vektoren geschrieben

$$\vec{E}_r = \vec{E}_0 + \vec{E}_{\text{gegen}} \tag{5.3}$$

Man kann das auch so schreiben

$$E_r = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \tag{5.4}$$

da E_r zu E_0 proportional ist.

Relative Dielektrizitätskonstante

Die relative Dielektrizitätskonstante gibt an, wieviel mal kleiner das elektrische Feld in einem Dielektrikum ist im Vergleich zum Vakuum.
Einige Werte für die relative Dielektrizitätskonstante:

Medium	Vakuum	Luft	Papier	Glas	Öl	Glycerin	Wasser
ε_r	1,0000	1,0006	2,2 – 4,5	4 – 12	5	43	81

5.3 Das Elektrische Feld in einem Leiter

Ein elektrisches Feld im Leiter unterscheidet sich von einem Dieelektrikum dadurch, daß sich in ihm die Ladungen sehr frei bewegen können. Wenn wir nun ein äußeres elektrisches Feld einschalten. So beginnen sich sofort alle Ladungen im Leiter zu verschieben. Die positiven an den einen Rand, die negativen an den anderen Rand. Die Ladungen polarisieren sich. Dabei entsteht im Inneren des Leiters wieder ein Gegenfeld, das genauso groß ist, wie das äußere Feld. Das bedeutet aber, dass im im Inneren des Leiters kein Feld mehr herrscht. Dieser Zustand ist das Ende der Ladungsbewegungen.
Es gilt:

Im Inneren eines Leiters gibt es kein elektrostatisches Feld.

$$E_r = 0 \tag{5.5}$$

Dieser Satz gilt nur für elektrostatische (= zeitlich nicht veränderliche) Felder. Wenn aber die Ladungen, die außerhalb des Leiters das äußere Feld erzeugen, rasch wechseln, dann kann es sein, daß die Ladungen im Inneren zu wenig Zeit, um sich an die Ränder zu bewegen. Es kann daher im Inneren des Leiters Felder geben, die sehr schnell wechseln.

5.4 Vergleich der bisherigen Formeln im Vakuum und Dielektrikum

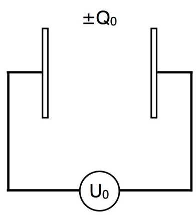
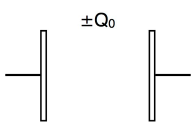
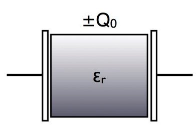
Formel	Vakuum	Dielektrikum
Coulomb'sches Gesetz	$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}$	$F_r = \frac{F}{\varepsilon_r} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot r^2}$
Feld	E_0	$E_r = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$
Spannung oder Potential	U_0	$U_r = \frac{U_0}{\varepsilon_r}$
Kapazität	$C_0 = \frac{Q}{U_0}$	$C_r = \frac{Q}{U_r} = C_0 \cdot \varepsilon_r$

Fast alle Größen werden im Dielektrikum ε_r mal so klein. Die einzige Ausnahme ist die Kapazität, sie wird im Dieelektrikum ε_r mal so groß.

5.5 Der Kondensator mit einem Dielektrikum

Fall 1

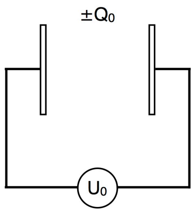
Der Kondensator wird aufgeladen und im voll geladenen Zusand von der äußeren Spannungsversorgung getrennt. In diesem Zustand wird das Dielektrikum eingeführt.

Kondensator aufladen	von der Spannungsversorgung trennen	Dielektrikum einführen
		
Q_0 wird aufgeladen	Q_0 bleibt gleich	Q_0 bleibt gleich
U_0 wird angelegt	U_0 bleibt gleich	$U_r = \frac{U_0}{\varepsilon_r}$ sinkt ab
$C_0 = \frac{Q_0}{U_0}$	$C_0 = \frac{Q_0}{U_0}$ bleibt gleich	$C_r = \frac{Q_r}{U_r} = \frac{Q_0}{U_0} \cdot \varepsilon_r = C_0 \cdot \varepsilon_r$ steigt an

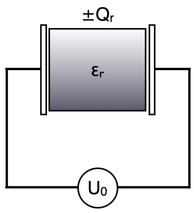
Fall 2

Der Kondensator wird aufgeladen und bleibt auch an die Spannungsversorgung angeschlossen. In diesem Zustand wird das Dielektrikum eingeführt.

Kondensator aufladen



Dielektrikum einführen



Q_0 wird aufgeladen

U_0 wird angelegt

$C_0 = \frac{Q_0}{U_0}$

$Q_r = Q_0 \cdot \varepsilon_r$ steigt an

U_0 bleibt gleich

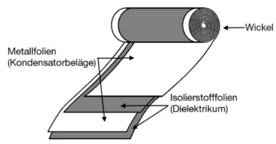
$C_r = \frac{Q_r}{U_r} = \frac{Q_r}{U_0} = \frac{Q_0}{U_0} \cdot \varepsilon_r = C_0 \cdot \varepsilon_r$ steigt an

5.6 Aufgaben

(5.1) Auf einem Kondensator mit der Kapazität $C = 5\ \mu$F sitzt die Ladung $Q = \pm 40,5\,\mu$C.
a) Wie groß ist die Spannung des Kondensators im Vakuum?
b) Wie groß ist die Spannung des Kondensators, wenn er mit Wasser gefüllt ist?

(5.2) Zwischen den Platten eines Kondensators mit der Kapazität $C = 0,4$ mF herrscht die Spannung $U = 200$ V. Er ist mit einem Öl gefüllt, das die relative Dielelktrizitätskonstante $\varepsilon_r = 5$ besitzt.
a) Wieviel Ladung sitzt auf diesem Kondensator?
b) Wieviel Ladung würde auf demselben Kondensator mit derselben Spannung im Vakuum sitzen?

(5.3) Ein Wickelkondensator besteht aus zwei langen Aluminiumfolien, die durch ein Dielektrikum ($\varepsilon_r = 2$) getrennt sind, und die dann aufgewickelt werden. Jede Aluminiumfolie hat die Fläche von 2 m^2 und einen Abstand von 0,05 mm zur anderen Folie.
a) Berechnen Sie die Kapazität dieses Kondensators!
b) Berechnen Sie die Ladung des Kondensators bei einer Spannung von 100V!
c) Bei welcher Spannung beträgt die Ladung $Q = 100\,\mu$C?



(5.4) a) Stoff A Leitet den Strom fast überhaupt nicht, Stoff B leitet ihn noch schlechter. Welcher Stoff hat die kleinere Dielektrizitätskonstante?
b) Gibt es Stoffe, in denen das E-Feld stärker ist, als im Vakuum?
c) Was geschieht, wenn man zwischen die Platten eines geladenen Kondensators ein Stück Gummi einführt? Ändert sich die Ladung, die Spannung oder die Kapazität? Ändern sich alle drei oder nur zwei dieser Größen?
d) Wie lange bewegen sich die inneren Ladungen eines Leiters, wenn man ihn in ein elektrostatisches Feld bringt?

6 Der elektrische Strom

6.1 Allgemeine Begriffe

6.1.1 Die elektrische Stromstärke

Die Bewegung von Ladungen heißt "Elektrischer Strom". Die Größe des elektrischen Stromes wird als Stromstärke bezeichnet.

Die Stromstärke I ist die Ladung ΔQ, die pro Zeiteinheit Δt durch einen beliebigen Leiterquerschnitt fließt.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{6.1}$$

Einheit:
$[I] = [\frac{\Delta Q}{\Delta t}] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \mathrm{A}$ Ampere

Beispiel (6.1)

In einem zylindrischen Draht gibt es positive Ladungen und diese können sich bewegen. Sie fließen von der positiven zur negativen Seite. Sie fließen durch jeden Querschnitt des Drahtes. In $\Delta t = 3$ s fließt die Ladung $\Delta Q = +6$ C von der postivien Seite zur negativen Seite. Pro Sekunde verlassen 2 C die positive Seite und es kommen pro Sekunde 2 C an der negativen Seite an. Pro Sekunde fließen 2 C durch jeden Querschnitt des Leiters. Die Stromstärke beträgt:$I = \frac{6}{3} = 2$ A.

Pro Sekunde fließt genauso viel Ladung durch einen Leiterquerschnitt, wie von einem Pol wegfließt. Das ist wieder genauso viel Ladung, wie beim anderen Pol ankommt.

6.1.2 Die Richtung der Stromstärke

Es gibt zwei verschiedene Definitionen der Stromrichtung. Wir verwenden die technische Stromrichtung. Es wird festgelegt:

Technische Stromrichtung:
Die Stromrichtung ist die Bewegungsrichtung der positiven Ladungen. Negative Lagungen bewegen sich in die Gegenrichtung.

Die physikalische Stromrichtung legt die Bewegungsrichtung der negativen Ladungen (Strom wird meist durch negative Elektronen erzeugt) als Bezugsrichtung fest. Diese Stromrichtung ist genau entgegen gesetzt zur technischen Stromrichtung, die wir hier verwenden.

6.2 Das Ohm'sche Gesetz

Die Stromstärke in einem Leiter hängt von zwei Größen ab:

- Spannung:
  sie gibt an, wie viel Energie für den Ladungstransport pro Coulomb zur Verfügung steht
- Leiter:
  viel Reibung im Leiter bedeutet wenig Strom – großer Widerstand gegen die Ladungsbewegung
  wenig Reibung im Leiter bedeutet viel Strom – kleiner Widerstand gegen die Ladungsbewegung

Es gilt:
Je größer die Spannung U zwischen zwei Enden des Leiters, desto größer die Stromstärke I. Je größer der Widerstand R des Leiters, desto kleiner die Stromstärke I.

Ohm'sches Gesetz:
Der Betrag der Stromstärke I ist proportional zum Betrag der Spannung U zwischen den Enden des Leiters und indirekt proportional zum Widerstand R des gesamten Leiterstücks.

$$I = \frac{U}{R} \tag{6.2}$$

6.2.1 Der elektrische Widerstand

Dabei wissen wir noch nicht genau, was dieser Widerstand R wirklich ist. Die Definition lautet:

Der elektrische Widerstand R ist definiert als das Verhältnis von Spannung U zu Stromstärke I.

$$R = \frac{U}{I} \tag{6.3}$$

Einheit:
$[R] = [\frac{U}{I}] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = \Omega$ Ohm

Ein Leiter hat den Widerstand 1Ω, wenn für die Stromstärke 1 A die Spannung 1 V zwischen seinen Enden nötig ist.

Beispiel (6.2)
a) Ein Stück eines Leiters hat einen sehr großen Widerstand. Um die Stromstärke $I = 1$ A zu erzeugen, braucht man zwischen seinen Enden eine Spannung $U = 5000\mathrm{V}$. Wie groß ist der Widerstand des Leiters?
b) Ein Stück eines anderen Leiters hat einen sehr kleinen Widerstand. Um die Stromstärke $I = 1$ A zu erzeugen, genügt zwischen seinen Enden die kleine Spannung $U = 5\mathrm{V}$. Wie groß ist der Widerstand dieses Leiters?

Lösung
a) Der Widerstand R dieses Leiters ist $R = \frac{U}{I} = \frac{5000}{1} = 5000\Omega$.
b) Der Widerstand R dieses Leiters ist $R = \frac{U}{I} = \frac{5}{1} = 5\Omega$.

Bemerkungen:

- Der Widerstand R ist eine Größe, die uns über das ganze Stück des verwendeten Leiters informiert. R ist aber keine vollständige Information über das Material des Leiters.
- Jeder Leiter hat einen Widerstand: Gute Leiter haben einen kleinen Widerstand, schlechte Leiter einen großen.
- Der Widerstand R eines Leiters ist nicht immer konstant. Es kann sein, daß er sich bei einer sehr großen Stromstärke verkleinert oder vergrößert, weil die fließenden Ladungen, das Material verändern können. Bei vielen Metallen ist R ungefähr konstant, solange die Temperatur auch gleich bleibt.

6.3 Exkurs: Spezifischer elektrischer Widerstand

Der Widerstand R eines (ganzen) Leiterstücks kann konstant sein oder vom Strom I abhängen. Der Widerstand R hängt aber immer von der Art des Materials und der Form des Leiterstücks ab. Es gilt: Je länger das Leiterstück, desto schwieriger ist es für die Ladungen, von einem Pol zum anderen zu kommen. Je größer der Querschnitt, desto mehr Platz ist für die fließende Ladungen vorhanden, und desto leichter fließt der Strom, also desto kleiner ist der Widerstand.

Der Widerstand R ist proportional zur Länge l und umgekehrt proportional zum Querschnitt A.

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \tag{6.4}$$

Die Konstante ρ heißt spezifischer Widerstand.

Einheit:
$[\rho] = [\frac{R \cdot A}{l}] = \frac{\Omega \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{m}} = \Omega \cdot \mathrm{m}$
Meist wird der spezifische Widerstand in der Einheit $[\rho] = \frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$ angegeben.

Der spezifische Widerstand ρ hängt hauptsächlich vom Material und von der Temperatur ab. Je größer ρ, desto schlechter leitet das Material den elektrischen Strom. Der reziproke Wert $\sigma = \frac{1}{\rho}$ heißt spezischische Leitfähigkeit. Je größer σ, desto besser leitet das Material den Strom.

Beispiele

Material	spezifischer Widerstand ρ in $\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$
Silber	$16 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	$17 \cdot 10^{-3}$
Nickel	$70 \cdot 10^{-3}$

6.4 Aufgaben

(6.1) Zwischen den Enden eines Stückchens Kohle herrscht die Spannung $U = 50$ V. In der Kohle fließt dadurch in 2 s die Ladung 5 C von einem Ende zum andern.
Wie groß ist der Widerstand dieses Stückchens?

(6.2) Welche Spannung braucht man zwischen den Enden eines langen Metalldrahtes mit dem Widerstand $R = 700\Omega$, um in ihm die Stromstärke 2 mA zu erzeigen?

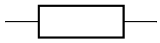
(6.3) Zwischen die beiden Pole einer 9 V-Batterie klemmen wir ein Leiterstück mit dem Widerstand 450Ω. In der Batterie befinden sich am Anfang 12 C. Es fließt ein konstanter Strom.
a) Wie groß ist die Stromstärke?
b) Wie lange dauert es bis die Batterie ”leer“ ist?

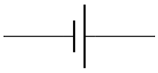
7 Der elektrische Gleichstromkreis

7.1 Allgemeine Begriffe

Gleichstrom: Das ist ein Strom, der immer in dieselbe Richtung fließt und seine Stärke nicht oder nur sehr langsam ändert.
Beispiel: Batterieströme

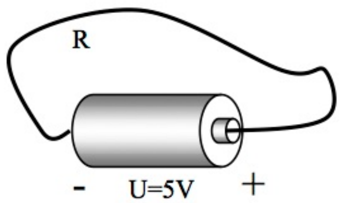
Schaltbild: ist eine symbolische Darstellung eines realen Stromkreises

Widerstand: wird im Schaltbild durch ein Rechteck dargestellt 

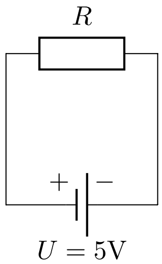
Spannungsquelle: wird im Schaltbild durch zwei parallel Striche dargestellt (der große bedeutet den Pluspol, der kleine den Minuspol) 

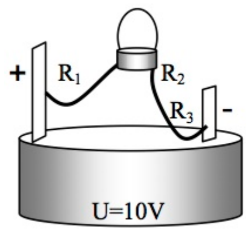
Verbindungslinien: Die Verbindungslinien zwischen Spannungsquelle und Widerstand bedeuten keinen Leiter. Der Leiter muss selbst als Widerstand dargestellt werden. Alle Punkte auf einer Verbindungslinie haben dasselbe Potential.

7.1.1 Realer Stromkreis – Schaltbild eines Stromkreises

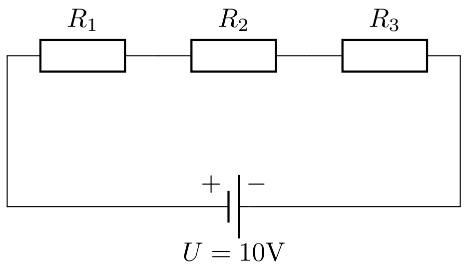


Dieser Stromkreis hat nur einen Widerstand: der Leiter (Draht) zwischen den Polen ist der Widerstand R.



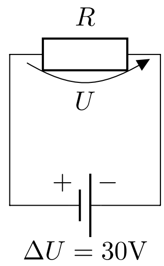


Dieser Stromkreis hat drei Widerstände: Der rechte Leiter R_1, die Glühlampe R_2 und der linke Leiter R_3.



Wir durchwandern den Stromkreis im Schaltbild vom positiven Pol der Spannungsquelle aus, denn das ist die Richtung des Stromes (technische Stromrichtung). Der Pluspol hat das Potential U_+, genauso wie alle anderen Punkte auf der Linie zu R bzw. R_1. Dann geht es durch den bzw. die Widerstände durch und nach dem letzten Widerstand muß das Potential auf U_- gesunken sein, dem Potential des Minuspols.

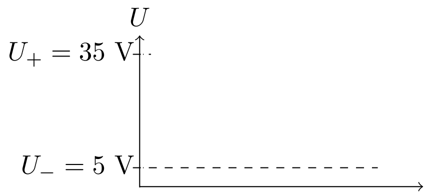
7.1.2 Spannungsabfall



Zwischen die Pole einer Batterie mit der Potentialdiffenrenz 30 V ist ein Widerstand R (z.B. ein Draht) geschaltet. Man sagt: Die "Klemmenspannung" beträgt 30 V. Die Differenz der Potentiale an den Polen ist $\Delta U = \pm 30\text{V}$. Das Potential des Pluspols U_+ ist um 30 V höher als das des Minuspols U_-.
$_-U_+ = U_+ - U_- = +30$ V oder $_+U_- = U_- - U_+ = -30$ V.
Die Potentialdifferenz $_+U_- = -30$ V bedeutet: Wenn die Ladung $Q = 1$ C vom Pluspol durch den Widerstand zum Minuspol geht, wird die Energie von 30 J frei, $\Delta W_{pot} = -30$ J.
Das Potential wird immer kleiner, je weiter man zum Minuspol geht.

Beispiel (7.1)

$U_+ = 35$ V und $U_- = 5$ V oder $U_+ = 100$ Vund $U_- = 70$ V oder $U_+ = +15$ V und $U_- = 15$ V
Alle Beispiele sind gleichwertig, da eines der Potentiale frei gewählt werden kann und die Potentialdifferenz ± 30 V ist.

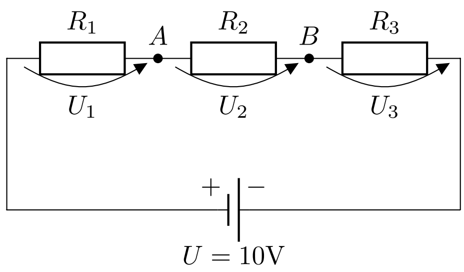


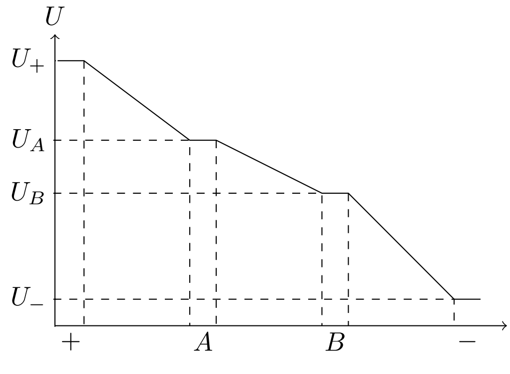
Folgende Formulierungen sind gleichwertig:

Am Widerstand fällt die Spannung von 30 V ab.
Am Widerstand gibt es den Spannungsabfall von 30 V.
Die Teilspannung am Widerstand beträgt 30 V.

7.1.3 Spannungsteilung

Genauso, wie die Spannung innerhalb eines Widerstandes von + nach - abfällt, so fällt sie auch ab, wenn man mehrere Widerstände hintereinander schaltet:
Das Potential U_+ des Pluspols ist hoch, das Potential U_- des Minuspols ist tief. Die anliegende Klemmenspannung (auch Gesamtspannung genannt) ist gegeben durch $U = U_+ - U_-$. An jedem Widerstand gibt es nun einen Spannungsabfall. Am Widerstand R_1 beträgt der Spannungsabfall U_1, am Widerstand R_2 beträgt er U_2 und so weiter. Je größer der Widerstand, desto größer der Spannungsabfall.
Auf den Verbindungslinien bleibt das Potential gleich. Dies zeichnet man im Spannungsverlauf nicht, da nur der Spannungsabfall an den Widerständen selbst interessant ist. Die Größen U_1, U_2 und U_3 heißen Teilspannungen.





Es gilt:

Mehrere Widerstände hintereinander teilen die Spannung. Sie bewirken eine Spannungsteilung. Die Summe der Teilspannungen ist gleich der Gesamtspannung U.

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots \tag{7.1}$$

7.1.4 Verzweigungen und Stromteilung

Wenn in einem Punkt des Stromkreises mehrere Ströme zusammen kommen, so gilt:

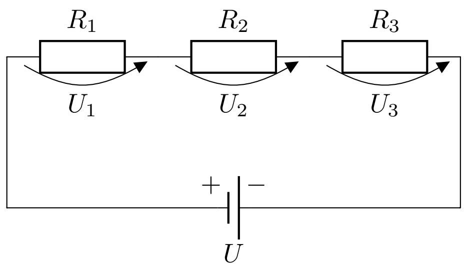
Die Summe der einfließenden Ströme ist gleich der Summe der ausfließenden Ströme.

$$I_{ein} = I_{aus} \tag{7.2}$$

7.2 Elektrische Widerstände im Gleichstromkreis

7.2.1 Serienschaltung von Widerständen

Hintereinanderschaltung = Reihenschaltung = Serienschaltung
Die Abbildung zeigt drei Widerstände, die in Serie geschaltet sind.
Es gilt: $U = U_1 + U_2 + U_3$
Der Strom ist überall gleich:
$I = I_1 = I_2 = I_3$
Wir verwenden das Ohm'sche Gesetz:
$I = \frac{U}{R} \quad \rightarrow \quad U = I \cdot R$ und setzen ein:



$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + U_3 \\ I \cdot R_{ges} &= I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 \\ R_{ges} &= R_1 + R_2 + R_3 \end{aligned}$$

Weiters gilt:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3}$$

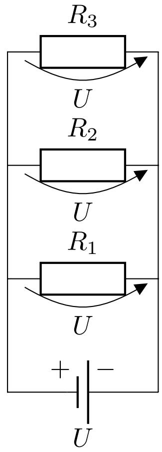
Daraus bekommt man:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{und} \quad \frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3}$$

Bei der Serienschaltung von Widerständen ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Einzelwiderstände. Die Teilspannungen verhalten sich wie die Widerstände.

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots \qquad \text{und} \qquad \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} = \ldots \tag{7.3}$$

7.2.2 Parallelschaltung von Widerständen



Die Abbildung zeigt drei Widerstände, die parallel geschaltet sind.
Jeder linke Verzweigungspunkt hat dasselbe Potential wie der positive Pol, da er ja nur durch Verbindungslinien mit dem Pol verbunden ist. Ebenso hat jeder rechte Verzweigungspunkt dasselbe Potential wie der negative Pol. Daher muß gelten, dass die Spannung zwischen den Enden jedes Widerstandes dieselbe ist: $U = U_1 = U_2 = U_3$
Es gilt auch:
$I = I_1 + I_2 + I_3$
Wir verwenden das Ohm'sche Gesetz:
$I = \frac{U}{R}$ und setzen ein:

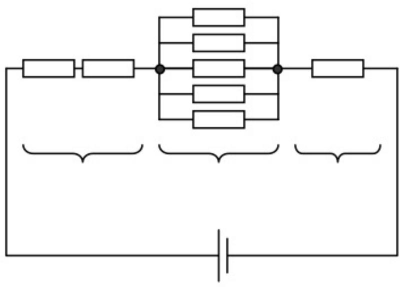
$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 \\ \frac{U}{R_{ges}} &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} \\ \frac{1}{R_{ges}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{aligned}$$

Bei der Parallelschaltung von Widerständen ist der Gesamtwiderstand immer kleiner als jeder Einzelwiderstand.

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \tag{7.4}$$

Sonderfall:
Sind n gleiche Widerstände R in Parallelschaltung, so ist der Gesamtwiderstand $R_{ges} = \frac{R}{n}$.

Beispiel (7.2)



Alle Widerstände in der Abbildung sind gleich. Das Potential des positiven Pols ist $U_+ = +50$ V, das Potential des negativen Pols ist $U_- = +2$ V.
a) Bestimmen Sie die drei Teilspannungen (geschwungene Klammern)!
b) Bestimmen Sie die Potentiale der zwei eingezeichneten schwarzen Punkte A und B!
c) Stellen Sie den Potentialverlauf im Stromkreis graphisch dar!

Lösung
a)
Erster Lösungsweg:
Wir teilen das Stromnetz in drei Teile auf:
im ersten Teil ist der gesamte Widerstand $R_{ges}^{(1)} = R + R = 2R$
im zweiten Teil ist der gesamte Widerstand $R_{ges}^{(2)} = \frac{R}{5}$
im ersten Teil ist der gesamte Widerstand $R_{ges}^{(3)} = R$
die drei Teile sind in Serie geschaltet: $R_{ges} = R_{ges}^{(1)} + R_{ges}^{(2)} + R_{ges}^{(3)} = 3R + \frac{R}{5} = \frac{16R}{5}$

es gilt:

$$\frac{U_1}{R_{ges}^{(1)}} = \frac{U_2}{R_{ges}^{(2)}} \quad \rightarrow \quad \frac{U_1}{2R} = \frac{U_2 \cdot 5}{R} \quad \rightarrow \quad U_1 = 10 \cdot U_2$$

$$\frac{U_2}{R_{ges}^{(2)}} = \frac{U_3}{R_{ges}^{(3)}} \quad \rightarrow \quad \frac{U_2 \cdot 5}{R} = \frac{U_3}{R} \quad \rightarrow \quad U_3 = 5 \cdot U_2$$

einsetzen in $U = U_+ - U_- = U_1 + U_2 + U_3 = 48$ gibt:

$10 \cdot U_2 + U_2 + 5 \cdot U_2 = 16 \cdot U_2 = 48 \quad \rightarrow \quad U_2 = 3$ V, $\quad U_1 = 30$ V, $\quad U_3 = 15$ V

Zweiter Lösungsweg: (Schnellverfahren)

	Teil 1	Teil 2	Teil 3
Widerstand im Teil	$2R$	$\frac{R}{5}$	R
gemeinsamer Nenner	$\frac{10R}{5}$	$\frac{R}{5}$	$\frac{5R}{5}$
Anteile	10 Anteile	1 Anteil	5 Anteile = gesamt 16 Anteile
Teilspannung	30 V	3 V	15 V

Die Größe $\frac{R}{5}$ bezeichnen wie als “einen Anteil”. Die gesamte Spannung von 48 V teilt sich auf 16 Anteile auf. Das ergibt eine Spannung von $48/16 = 3$ V für einen Anteil.

Das Schnellverfahren kann nur angewendet werden, wenn alle Widerstände gleich groß sind.

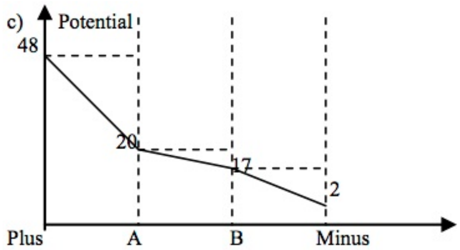
b)
Das Potential nimmt von links (+ bedeutet: ”hoch”) nach rechts (- bedeutet ”tief”) ab. Daher sind alle Potentialdifferenzen negativ:

${}_+U_A = -30$ V $\quad \Rightarrow \quad U_A = U_+ +_+ U_A = 50 - 30 = 20$ V

${}_AU_B = -3$ V $\quad \Rightarrow \quad U_B = U_A +_A U_B = 20 - 3 = 17$ V

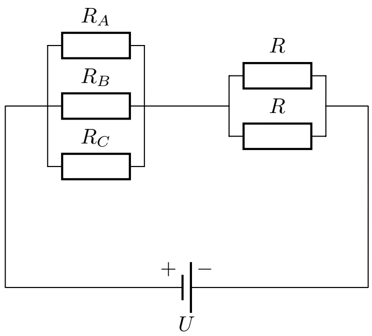
${}_BU_- = -15$ V $\quad \Rightarrow \quad U_- = U_B +_B U_- = 17 - 15 = 2$ V

c)



Beispiel (7.3)

Die Batteriespannung beträgt $U = 32$ V. Die Widerstände links heißen (von oben nach unten): $R_A = 1000\Omega$, $R_B = 500\Omega$, $R_C = 200\Omega$. Die beiden rechten Widerstände sind jeweils gleich $R = 150\Omega$.
a) Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand!
b) Bestimmen Sie die beiden Teilspannungen!
c) Bestimmen Sie den gesamten Strom und alle Ströme durch die einzelnen Widerstände!



Lösung

a)
Wir teilen das Stromnetz in zwei Teile auf:
im ersten Teil ist der gesamte Widerstand:

$$\frac{1}{R^{(1)}_{ges}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{500} + \frac{1}{200} = \frac{8}{1000} = \frac{1}{125} \quad \rightarrow \quad R^{(1)}_{ges} = 125\Omega$$

im zweiten Teil ist der gesamte Widerstand $R^{(2)}_{ges} = \frac{R}{2} = 75\Omega$

die zwei Teile sind in Serie geschaltet: $R_{ges} = R^{(1)}_{ges} + R^{(2)}_{ges} = 125 + 75 = 200\Omega$

b)

$$\frac{U_1}{R^{(1)}_{ges}} = \frac{U_2}{R^{(2)}_{ges}} \quad \rightarrow \quad \frac{U_1}{125} = \frac{U_2}{75} \quad \rightarrow \quad U_2 = \frac{3}{5} \cdot U_1$$

einsetzen in $U = U_1 + U_2 = 32$ gibt:

$U_1 + \frac{3}{5}U_1 = \frac{8}{5} \cdot U_1 = 32 \quad \rightarrow \quad U_1 = 20$ V, $\quad U_2 = 12$ V

c)

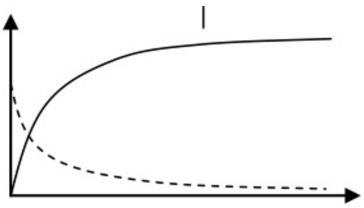
$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{32}{200} = 0,16 \text{ A}$$

$I_A = \frac{U_1}{R_A} = \frac{20}{1000} = 0,02$ A
$I_B = \frac{U_1}{R_B} = \frac{20}{500} = 0,04$ A
$I_C = \frac{U_1}{R_C} = \frac{20}{200} = 0,1$ A
$I_R = \frac{U_2}{R} = \frac{12}{150} = \frac{I_{ges}}{2} = 0,08$ A

7.3 Kondensatoren im Gleichstromkreis

7.3.1 Allgemeines

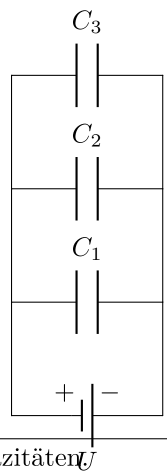
Ein Kondensator ist eigentlich eine Unterbrechung des Stromkreises. Durch einen Kondensator kann kein Gleichstrom fließen.
Beim Einschalten des Stroms muß sich ein Kondensator erst einmal aufladen. Solange der Kondensator noch nicht voll aufgeladen ist, fließen im Stromkreis auf der einen Seite Ladungen auf eine Platte. Auf der anderen Seite zieht die Spannungsquelle genau solche Ladungen von der Platte ab, so daß sie umgekehrt geladen wird.
Dieser Strom ist aber nicht konstant. Die gestrichelte Kurve zeigt den zeitlichen Stromverlauf im Kreis nach dem Einschalten: Anfangs ist der Kondensator leer, der Strom ist stark und wird dann immer kleiner. Die gezogenen Linie zeigt die Spannung zwischen den Platten, der volle Kondensator hat die höchste Spannung.



Solange der Kondensator noch nicht voll aufgeladen ist kann im Gleichstromkreis ein Strom fließen.

Im Folgenden betrachten wir immer die Situation, dass der Kondensator voll geladen ist und kein Strom mehr fließt.

7.3.2 Parallelschaltung von Kondensatoren



Die Spannungsquelle transportiert die meiste Ladung auf die Kondensatoren, welche die größte Kapazität haben. Wenn alle Kondensatoren voll sind, ist die Spannung überall dieselbe $U = U_1 = U_2 = U_3$. Für die gesamte Ladung gilt: $Q_{\text{ges}} = Q_1 + Q_2 + Q_3$. Wir verwenden $Q = C \cdot U$ und setzen ein:

$$\begin{aligned} Q_{\text{ges}} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ C_{\text{ges}} \cdot U &= C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U \\ C_{\text{ges}} &= C_1 + C_2 + C_3 \end{aligned}$$

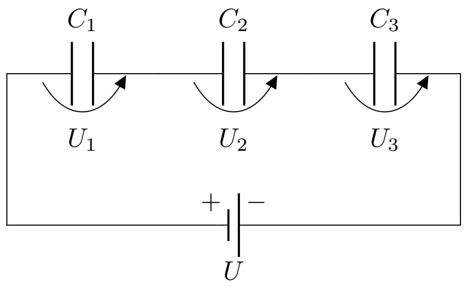
Bei der Parallelschaltung von Kapazitäten addieren sich die einzelnen Kapazitäten

$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots \tag{7.5}$$

7.3.3 Serienschaltung von Kondensatoren

Die Abbildung zeigt 3 Kondensatoren, die in Serie geschaltet sind. Wenn die Spannungsquelle die Ladung Q auf die linke Platte des ersten Kondensators transportiert, so füllt sich seine andere Platte sofort mit der Ladung $-Q$. Diese Ladung wird aus dem Leiterstück zwischen den beiden Kondensatoren herausgezogen. Aus demselben Leiterstück wird die Ladung +Q bis zur linken Platte des zweiten Kondensators abgestoßen. So geht das fort, bis alle Kondensatoren die gleiche Ladung $\pm Q$ tragen. Es entsteht dann bei den Kondensatoren mit der größeren Kapazität eine kleinere Spannung und umgekehrt.

Es gilt: $U = U_1 + U_2 + U_3$
Die Ladung ist überall gleich: $Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$
Wir verwenden $Q = C \cdot U \quad \rightarrow \quad U = \frac{Q}{C}$ und setzen ein:



$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + U_3 \\ \frac{Q}{C_{ges}} &= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \\ \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \end{aligned}$$

Weiters gilt: $Q = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = C_3 \cdot U_3$. Daraus ergibt sich:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} \quad \text{und} \quad \frac{U_2}{U_3} = \frac{C_3}{C_2}$$

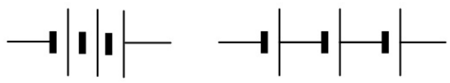
Bei der Serienschaltung von Kondensatoren ist auf jedem Kondensator dieselbe Ladungsmenge $\pm Q$ getrennt. Die Gesamtkapazität ist immer kleiner als jede Einzelkapazität. Die Teilspannungen verhalten sich umgekehrt wie die Kapazitäten.

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \qquad \text{und} \qquad \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}\,, \quad \frac{U_2}{U_3} = \frac{C_3}{C_2} \ldots \tag{7.6}$$

7.4 Schaltung von Spannungsquellen (Batterien)

7.4.1 Serienschaltung von Spannungsquellen

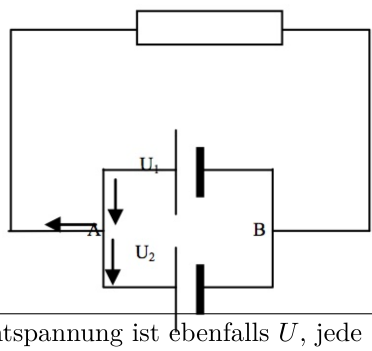
Die Abbildung zeigt drei Batterien hintereinandergeschaltet. In der Literatur findet man beide Darstellungen
Es gilt (wegen der Unabhängigkeit der Spannung vom Weg):



Bei Hintereinanderschaltung mehrerer Spannungsquellen addieren sich die Einzelspannungen.

7.4.2 Parallelschaltung von Spannungsquellen

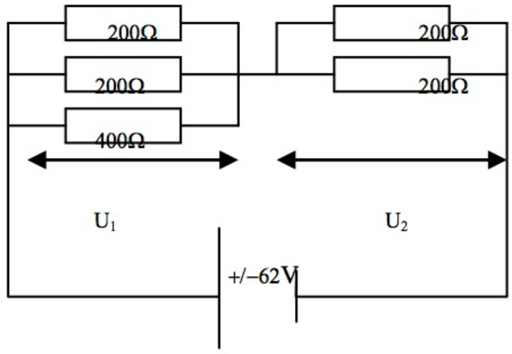
Batterien mit derselben Spannung:
Die Spannung ${}_AU_B$ zwischen den Punkten A und B muß unabhängig vom Weg sein. Wenn die beiden Batterien dieselbe Spannung $U = U_1 = U_2$ haben, so ist dies kein Problem.
Batterien mit verschiedenen Spannungen:
Auch wenn $U_1 \neq U_2$ ist, muß ${}_AU_B$ unabhängig vom Weg sein. Es muß also dieselbe Spannung herrschen, egal, ob man über die stärkere oder die schwächere Batterie geht. Dies wird dadurch erreicht, daß Teile ihrer Ströme jeweis durch die andere Batterie fließen und deren Spannungen verändern, bis sie gleich sind. Es ist nicht sehr sinnvoll, dies zu tun.

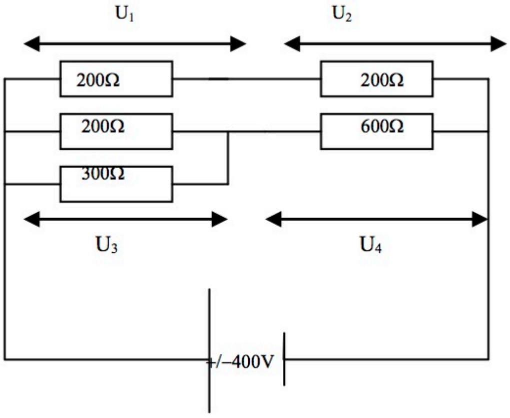


Batterien mit gleicher Spannung U kann man parallel schalten. Die Gesamtspannung ist ebenfalls U, jede Batterie liefert die Hälfte des Gesamtstroms und man erhält eine Batterie mit größerer Lebensdauer.
Es ist nicht sinnvoll, Batterien mit ungleicher Spannung parallel zu schalten.

7.5 Aufgaben

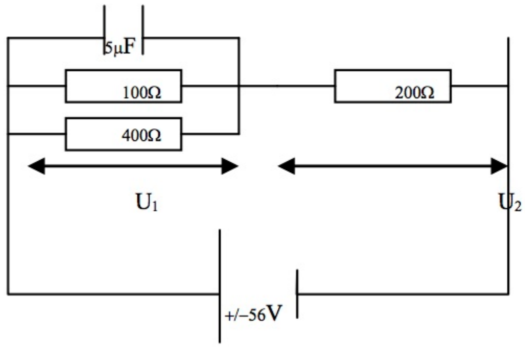
(7.1) Berechnen Sie alle Teilspannungen und Teilströme!



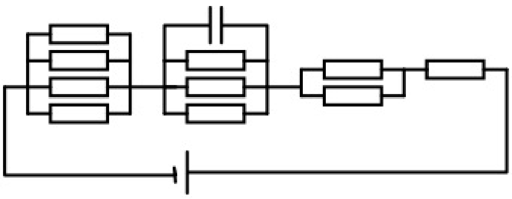


(7.2) Berechnen Sie alle Teilspannungen und Teilströme!

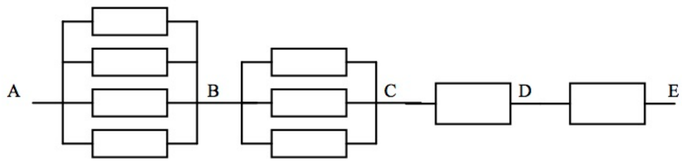
(7.3) Berechnen Sie alle Teilspannungen und Teilströme! Bestimmen sie auch den Betrag der Ladung Q, die auf dem Kondensator sitzt!



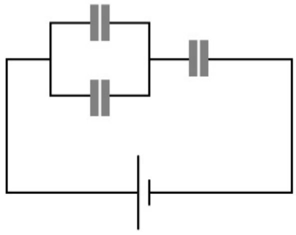
(7.4) a)Alle Widerstände R in der Abbildung sind gleich und unbekannt. Die Spannungsquelle liefert $U = 75$ V und die Kapazität des Kondensators beträgt 2 mF. Bestimmen Sie alle Teilspannungen sowie die Ladung Q, die am Kondensator sitzt, wenn alle Kondensatoren voll aufgeladen sind.
b) Alle Widerstände R in der Abbildung sind gleich und unbekannt. Die Kapazität des Kondensators beträgt 2 mF auf dem Kondensator sitzt die Ladung 7,2 mC. Bestimmen Sie alle Teilspannungen sowie die Spannung der Spannungsquelle!



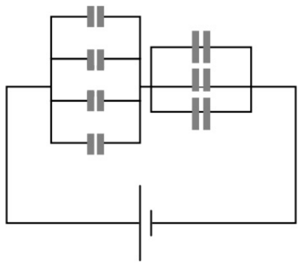
(7.5) Alle Widerstände R in der Abbildung sind gleich und unbekannt. Das Potential des Punktes A beträgt $U_A = -10$ V und $U_E = 52$ V. Bestimmen Sie die Potentiale aller anderen eingezeichneten Punkte! (Beachten Sie die Vorzeichen der Spannungen!!)



(7.6) In der Abbildung beträgt die Batteriespannung 120V. Alle Kondensatoren sind voll aufgeladen, so daß im Kreis kein Strom mehr fließt. Bestimmen Sie die Gesamtkapazität und die Teilspannungen an jedem Kondensator, wenn
a) alle Kondensatoren dieselbe Kapazität haben!
b) Wenn die beiden linken Kondensatoren 5 mF und 3 mF und der rechte Kondensator 2 mF hat!
c) Wie groß sind die Ladungen, die in b) auf den Kondensatoren sitzen?



(7.7) In der Abbildung beträgt die Batteriespannung 120 V. Alle Kondensatoren sind voll aufgeladen, so daß im Kreis kein Strom mehr fließt. Bestimmen Sie die Gesamtkapazität und die Teilspannungen an jedem Kondensator, wenn
a) alle Kondensatoren dieselbe Kapazität haben!
b) Wenn die vier linken Kondensatoren 5 mF und 4 mF, 3 mF und 2 mF und die drei rechten Kondensatoren 2 mF , 2 mF und 3 mF haben!
c) Wie groß sind die Ladungen, die in b) auf den Kondensatoren sitzen?



8 Die elektrische Leistung

8.1 Der Begriff der elektrischen Leistung

Unter Leistung versteht man die Energieänderung pro Zeiteinheit (vgl. Mechanik I)

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \tag{8.1}$$

In der Elektrizität ist die Energieänderung immer mit der Bewegung einer Ladung ΔQ durch die Potentialdifferenz U von einem Potential zum andern verbunden.

$$\Delta W = U \cdot \Delta Q \tag{8.2}$$

Daher gilt für die elektrische Leistung

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{U \cdot \Delta Q}{\Delta t} = U \cdot I \tag{8.3}$$

unter der Verwendung von $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Man kann die Leistung mit dem Ohm'schen Gesetz $U = R \cdot I$ oder $I = \frac{U}{R}$ auch noch anders darstellen:

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \tag{8.4}$$

Eletrkische Leistung

Die elektrische Leistung P ist gegeben als das Produkt von Spannung U mal Stromstärke I

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \tag{8.5}$$

Einheit:
$[P] = [U \cdot I] = \mathrm{V} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{J/s} = \mathrm{W}$ Watt

Die elektrische Leistung in einem Stromkreis beträgt $P = 1$ W, wenn bei einer Spannung von 1 V die Stromstärke 1A fließt.

8.2 Die Energieeinheit Kilowattstunde

Die Energie wird in Joule gemessen. Man kann aber auch, aufgrund der Formel $\Delta W = P \cdot \Delta t$, die Einheit "Wattsekunde" (Ws) verwenden.

Es gilt: 1 J = 1 Ws.

In einem Stromkreis wird die Energie 1 J = 1 Ws frei, wenn die Leistung 1 W beträgt und der Stromkreis 1 s lang eingeschaltet ist.

Joule ist eine kleine Einheit. Wenn man aber den Energieverbrauch von elektrischen Geräten angeben möchte, die ja meist mehrere Stunden eingeschaltet sind, so ist die "Kilowattstunde" (kWh) eine bessere Einheit.

Es gilt: $1\ \mathrm{kWh} = 1000\ \mathrm{W} \cdot 1\ \mathrm{h} = 1000\ \mathrm{W} \cdot 3600\ \mathrm{s} = 3\,600\,000\ \mathrm{Ws} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \mathrm{J}$

Beispiel (8.1)

Auf einer Elektroheizung liest man: "Leistung: 2000 W, Spannung: 220 V".
Berechnen Sie die Energie, die frei wird, wenn die Heizung 10 s lang eingeschaltet ist!

Lösung

Das bedeutet, dass zwischen beiden Enden der Heizung die Spannung 220 V herrschen soll, damit sie funktioniert und dass pro Sekunde 2000 J = 2000 Ws frei werden, wenn die Heizung eingeschaltet ist.
Wenn die Heizung 10s lang eingeschaltet ist, so wird die Energie
$\Delta W = P \cdot \Delta t = 2000\ \text{W} \cdot 10\ \text{s} = 20\,000\ \text{J}$
in Form von Wärme frei.

Beispiel (8.2)

Die Elektroheizung mit 2000 Watt ist 10 Stunden lang eingeschaltet. Wieviel elektrische Energie wird dabei in Wärme verwandelt (Angabe in Joule und kWh)?

Lösung

Lösung in Joule: $\Delta W = P \cdot \Delta t = 2000\ \text{W} \cdot 3600\ \text{s/h} \cdot 10\ \text{h} = 72\,000\,000\ \text{Ws} = 72 \cdot 10^6\ \text{J}$
Lösung in kWh: $\Delta W = P \cdot \Delta t = 2\ \text{kW} \cdot 10\ \text{h} = 20\ \text{kWh}$

8.3 Aufgaben

(8.1) Eine Glühlampe arbeitet bei 220 V mit 75 W.
a) Bestimmen Sie die Stromstärke!
b) Wie lange dauert es, bis 1 Coulomb durch die Lampe geht?
c) Wieviel Energie wird dabei frei? (Anwort in J und in kWh!)

(8.2) Ein Kran arbeitet mit 380 V. Sein Elektromotor kann 500 kg in einer halben Minute um 15 m hoch heben (gleichförmige Bewegung).
Wie groß ist die Stromstärke und der Widerstand des Motors?

(8.3) Eine elektrische Pumpe war ununterbrochen eingeschaltet und hat in einem Monat 44 kWh verbraucht. Die Spannung beträgt 220 V.
Berechnen Sie die Leistung, Stromstärke und den Widerstand der Pumpe!

(8.4) Eine 4,5 V- Batterie liefert 2 Stunden lang eine Stromstärke von 3 mA und ist dann “zu Ende”.
a) Bestimmen Sie die Leistung und den Widerstand in diesem Stromkreis!
b) Wie viel Energie war in dieser Batterie gespeichert?
c) Wie viel Ladung konnte durch die “chemische Wirkung” der Batterie getrennt werden?

(8.5) Auf einer Batterie steht zu lesen: “30 Wattsekunden”. Für welche Größe steht diese Einheit?

(8.6) An der Donau wird ein neues Kraftwerk “mit 300 Megawatt” eröffnet. Wie viel Energie wird es am ersten Tag liefern, wenn es ununterbrochen läuft?

(8.7) Berechnen Sie den “Stromverbrauch” (eigentlich handelt es sich hier um den Energieverbrauch) und die Stromkosten von einem Fernsehgerät (80 W), das 19 Stunden lang eingeschaltet ist. Der Stromtarif beträgt $0,20$ €/kWh.

(8.8) Geräte der Unterhaltungselektronik mit Fernbedienung werden oft nicht gänzlich abgeschaltet, sondern in Betriebsbereitschaft (Stand-by-Betrieb) belassen. Dabei kann die Leistungsaufnahme immer noch bis zu 10 W betragen.
a) Ermitteln Sie die während eines Jahres verrichtete elektrische Arbeit, wenn das Gerät durchschnittlich 18 Stunden pro Tag im Stand-by-Betrieb belassen wird!
b) Berechnen Sie die dadurch entstehenden Kosten! Gehen Sie vom Preis 0,20 € für 1 kWh aus.